



**Oferta de Trabajos de Fin de Grado en Matemáticas, Curso 2018-2019.  
19 de septiembre de 2018**

- 1. Tutor:** Luis M. Abia Llera (Dpto. de Matemática Aplicada)  
**Título: MÉTODOS ITERATIVOS PARA SISTEMAS LINEALES GRANDES PROVENIENTES DE PROBLEMAS PUNTO DE SILLA**  
**Resumen:** Muchas aplicaciones en la Ingeniería conducen a la resolución de grandes sistemas lineales de la forma  $\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ g \end{bmatrix}$ , con  $A$  una matriz  $n \times n$  simétrica definida positiva, y  $B$  una matriz  $n \times m$ , con  $m < n$ , y posiblemente de rango deficiente. El trabajo tiene como objetivo presentar de forma ordenada algunos de los principales métodos iterativos para resolver esta clase de sistemas, y resultados en relación con sus propiedades de convergencia. Se ilustrará el uso de estos métodos en algunos problemas test provenientes de aplicaciones importantes.
- 2. Tutor:** Eustasio del Barrio Tellado (Dpto. de Estadística e Investigación Operativa)  
**Título: MÉTRICAS PROBABILÍSTICAS EN EL TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE**  
**Resumen:** Con el nombre de "Teorema Central del Límite" se agrupa a una colección de resultados relativos a la convergencia en distribución de sumas de variables aleatorias independientes o con dependencia débil. En el caso de sumandos independientes el método de demostración basado en la función característica es apropiado, pero otros métodos, basados en el control explícito de distancias probabilísticas, pueden ser empleados con más facilidad en ausencia de independencia. En este trabajo se explorarán algunos de estos métodos, incluyendo el llamado "método de Stein", que permite además estimar la velocidad de convergencia.  
**Palabras clave:** Teorema Central del Límite, métricas probabilísticas, método de Stein.
- 3. Tutor:** Iván Cabria Álvaro (Dpto. de Física Teórica, Atómica y Óptica)  
**Título: SIMULACIONES DE MONTE CARLO-METRÓPOLIS DEL ALMACENAMIENTO DE HIDRÓGENO, METANO Y GAS NATURAL EN MATERIALES NANOPOROSOS**  
**Resumen:** Este Trabajo de Fin de Grado consiste en hacer y analizar simulaciones de Monte Carlo-Metrópolis del almacenamiento de hidrógeno, metano y gas natural en materiales nanoporosos, principalmente en nanoestructuras de carbono de diferentes formas y tamaños (nanoporos plano-paralelos, nanotubos y fullerenos), en MOFs (Metal-Organic Frameworks) y en polímeros orgánicos, y en comparar los resultados con los experimentos. Las simulaciones se harán a temperatura ambiente y a presiones entre 1 y 250 bares.  
Las interacciones entre las moléculas y entre las moléculas y los átomos de carbono de los nanoporos se simularán mediante potenciales de Lennard-Jones. Se simulará el conjunto macrocanónico (potencial químico, temperatura y volumen constantes) y se calcularán las capacidades gravimétricas de almacenamiento de los nanoporos. Finalmente, se analizarán dichas capacidades y se explicará el origen físico de su dependencia de la temperatura, la presión, el tamaño y la forma de los nanoporos. Se proporcionará al alumno un código que hace este tipo de simulaciones de Monte Carlo-Metrópolis.  
**Este TFG también se oferta a alumnos en movilidad**
- 4. Tutor:** Antonio Campillo López (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)  
**Título: CONJETURA JACOBIANA**  
**Resumen:** Desde 1939, cuando fue formulada por Keller, la conjetura jacobiana es uno de los principales problemas abiertos de álgebra. Su enunciado es fácil de comprender y de gran sencillez mientras que su solución es aún un gran enigma. Afirma que si una aplicación del espacio afín (sobre el cuerpo de los números complejos) en sí mismo está definida por polinomios y tiene jacobiano constante y no nulo, entonces no sólo tiene una aplicación inversa sino que ésta también está definida por polinomios. El trabajo consiste en realizar un estudio histórico sobre los intentos,



técnicas, formulaciones equivalentes y enfoque conceptual de su sencillez y su dificultad, incluyendo los que se realizan en la actualidad.

5. **Tutor:** Antonio Campillo López (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: EL GÉNERO. NOCIÓN Y METAMORFOSIS**

**Resumen:** La noción de género forma parte de las matemáticas de todos los tiempos y, en particular, el género es el prototipo de invariante en la geometría. A lo largo de la historia ha ido experimentando una rica metamorfosis que ha ido afectando a una abundancia de fenómenos en los que aparece. Así la noción de género es importante en análisis, geometría algebraica, teoría de números, topología y combinatoria. En especial juega un papel central en problemas de integración, curvas algebraicas, superficies de Riemann, óvalos de las curvas reales, códigos correctores excelentes, ecuaciones diofánticas algebraicas, topología de variedades y grafos. El trabajo se dedica a desarrollar esta noción y metamorfosis, reuniendo de forma unificada diversos resultados históricos y actuales en esos problemas y ramas de las matemáticas.

6. **Tutor:** Antonio Campillo López (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: FUNCIONES ZETA EN COMBINATORIA**

**Resumen:** Las funciones zeta son de gran utilidad en variadas áreas de las matemáticas y de la física, al codificar con una simple función generatriz la información global más relevante de determinados problemas. La más famosa, la función zeta de Riemann codifica la información sobre la distribución de números primos, dependiendo su mayor armonía de la validez conjetural de la hipótesis de Riemann, que es uno de los principales problemas abiertos de las matemáticas. La función zeta de Ihara-Selberg, codifica la información combinatoria sobre la distribución de sus ciclos irreducibles, que es armónica para los grafos regulares de Ramanujan de interés en el diseño de redes de comunicación. El trabajo consiste en mostrar cómo esta función zeta puede interpretarse en términos de los sucesivos puntos fijos de sistemas dinámicos discretos determinados por el grafo.

7. **Tutor:** Antonio Campillo López (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: GEOMETRÍA COMBINATORIA**

**Resumen:** Los teoremas geométricos clásicos son resultados de geometría sintética de gran simplicidad. El teorema de Cayley-Bacharach, descubierto hace 130 años, es la evolución general de los aún más clásicos teoremas sobre los exágonos en pares de rectas y cónicas, afirma que si una cúbica plana pasa por ocho de los nueve puntos de intersección de dos cúbicas, entonces también tiene que pasar por el noveno. Por su formulación analítica general, para intersecciones de hipersuperficies de grado arbitrario, es también un principio de interpolación polinómica en varias variables, y un importante argumento de aplicación en el área emergente llamada geometría combinatoria. El trabajo consiste en el estudio sistemático de algunos resultados, principios, argumentos y aplicaciones en este área, incluyendo entre éstas los recientes avances sobre los números de rectas que contienen un número concreto de puntos de una configuración de puntos del plano dada, que son la evolución de la clásica teoría que había iniciado Sylvester.

8. **Tutor:** Antonio Campillo López (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: GEOMETRÍA TROPICAL**

**Resumen:** La geometría tropical es un área emergente de las matemáticas originada en 2002, y basada en el trabajo de Bergman en análisis complejo sobre conjuntos logarítmicos. El término 'tropical', que viene de la informática, no se debe a razones científicas sino al trabajo de la escuela brasileña cuando se inició su estudio. La geometría tropical es el análogo sobre los números tropicales, que son los números reales junto a menos infinito, de la geometría algebraica sobre los números complejos. El anillo de números tropicales tiene como suma el máximo para el orden natural y como multiplicación la suma ordinaria. Dado que las variedades algebraicas son mucho más complicadas que las tropicales —éstas son complejos poliédricos lineales a trozos—, la tropicalización de las primeras es una



simplificación con numerosas aplicaciones prácticas. El trabajo consiste en detallar las nociones y propiedades básicas de geometría tropical, en especial la de 'ameba' y la de tropicalización, así como casos particulares y cálculos prácticos significativos y algunas demostraciones de resultados y aplicaciones importantes de la geometría tropical.

9. **Tutor:** Felipe Cano Torres (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título:** LAS MATEMÁTICAS EN EL MUNDO DE LOS FRACTALES. DINÁMICA COMPLEJA

**Resumen:** Posiblemente las imágenes de algunos conjuntos fractales como el conjunto de Mandelbrot sean los recursos más utilizados para divulgar al público en general la belleza de las matemáticas y su potencia para generar estructuras sorprendentes e inimaginables por su complejidad y su carácter de modelar procesos caóticos.

No es menos cierto que la mayor parte de los estudiantes de matemáticas terminan el grado o el postgrado sin tener conocimiento de las formulaciones matemáticas precisas que hay detrás de este tipo de estructuras. Este trabajo pretende subsanar este defecto. Se pretende que el alumno se inicie en el contenido básico de la dinámica compleja en una variable y geometría fractal: conjuntos de Julia, clasificación de puntos críticos de Sullivan, dimensión fractal, dinámica caótica, etc.

10. **Tutor:** José María Cano Torres (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título:** INTRODUCCIÓN A LA LÓGICA Y TEORÍA AXIOMÁTICA DE CONJUNTOS. CONSTRUCCIÓN DEL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES, RACIONALES Y REALES

**Resumen:** En este trabajo se estudiarán los fundamentos básicos de la lógica proposicional y la lógica de primer orden. Se iniciará el desarrollo de la teoría axiomática de conjuntos utilizando la lógica de primer orden y los axiomas de Zermelo-Fraenkel. A partir de estos axiomas se demostrará la existencia del conjunto de los naturales, enteros, racionales y reales y las operaciones de suma y producto, así como la de la relación de orden en estos conjuntos.

11. **Tutor:** José María Cano Torres (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título:** INTEGRACIÓN POR CUADRATURAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

**Resumen:** Se trata de estudiar los resultados teóricos y algoritmos existentes que permiten garantizar la existencia de una solución expresable en términos de cuadraturas de una ecuación diferencial con coeficientes funciones racionales.

12. **Tutora:** Begoña Cano Urdiales (Dpto. de Matemática Aplicada)

**Título:** DESARROLLOS ASINTÓTICOS DEL ERROR AL UTILIZAR MÉTODOS NUMÉRICOS

**Resumen:** El trabajo consiste en estudiar cómo se comporta el error cometido al integrar un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias con métodos numéricos. Más concretamente, cuando la longitud de paso decrece (y por tanto la solución numérica se aproxima a la exacta) analizar con detalle los términos principales del error global y así poder determinar en algunos ejemplos sencillos el crecimiento del error con el tiempo con diferentes tipos de método.

13. **Tutor:** Manuel Carnicer Arribas (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título:** UN CURIOSO EJEMPLO: ANILLOS NO ISOMORFOS CON ANILLOS DE POLINOMIOS ISOMORFOS

**Resumen:** Con el objetivo final de probar un isomorfismo entre dos anillos de polinomios sobre distintos anillos de coeficientes (o con la excusa de dar ese isomorfismo) hacemos un estudio de algunas construcciones sobre módulos, habituales del álgebra conmutativa: producto tensorial, algebra simétrica, sucesiones exactas escindidas, módulos proyectivos e incluso introducimos algún teorema geométrico (el teorema de la bola peluda). De la misma forma, el probar que los anillos de coeficientes de partida no son isomorfos nos da pie a estudiar nuevos conceptos matemáticos:



dominios formalmente reales, automorfismos de cuerpo de los números reales o construcción algebraica de 1-formas diferenciales.

14. **Tutor:** Javier Finat Codes (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: ANÁLISIS Y SIMULACIÓN DE GESTOS FACIALES**

**Resumen:** Una nube de puntos asociada a una cara humana proporciona el soporte para una malla triangular deformable. La selección local de una colección representativa permite ajustar superficies de grado bajo en términos de formas de Monge de grado a lo sumo cuatro. Estas formas permiten calcular los datos intrínsecos (curvaturas media y de Gauss) para caracterizar la geometría local de la cara.

Los objetivos de este TFG son: (a) adquirir una familiaridad con las herramientas de Geometría Diferencial Algebraica relacionadas con superficies lisas a trozos de curvatura variable; (b) desarrollar herramientas para la "segmentación" de una superficie complicada (como la de la cara humana) atendiendo a propiedades diferenciales; (c) simular deformaciones utilizando información geométrica asociada a la segmentación descrita en el apartado anterior y dinámica asociada a los diferentes flujos de curvatura que se pueden definir sobre superficies complicadas.

15. **Tutor:** Javier Finat Codes (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: OPERADORES MORFOLÓGICOS EN BAJA DIMENSIÓN**

**Resumen:** La morfología matemática trata de la extracción de una "forma" a partir de datos discretos contenidos en un espacio inicialmente cartesiano. Partiendo del caso 2-dimensional (datos de imágenes) se abordará el caso 3-dimensional correspondiente a datos volumétricos eventualmente móviles.

Los objetivos de este TFG son (a) familiarizarse con los fundamentos correspondientes a los dos primeros apartados; (b) extender el enfoque habitual al caso dinámico; (c) aplicarlo a imágenes biomédicas de baja resolución (caso estático) o bien a volúmenes móviles en escenarios sencillos.

16. **Tutor:** Javier Finat Codes (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: MODELADO GEOMÉTRICO DE HUESOS HUMANOS**

**Resumen:** El reconocimiento automático de formas volumétricas sigue una estrategia de complejidad creciente usando una representación discreta que se extiende a curvas y superficies algebraicas racionales de grado bajo. La descripción paramétrica facilita una discretización de utilidad para la implementación computacional de los modelos implícitos iniciales. Las representaciones implícitas y paramétricas proporcionan el soporte inicial para herramientas de Visualización Avanzada.

Los objetivos de este TFG son (a) adquirir una familiaridad con los aspectos elementales de curvas y superficies algebraicas de grado bajo; (b) desarrollar habilidades para la discretización usando representaciones tensoriales, incluyendo enlazado de objetos polinomiales a trozos; (c) aplicar los conocimientos adquiridos para simular la reconstrucción de trozos de huesos humano, con vistas a su aplicación en el modelado para Cirugía Ortopédica, con una especial atención a la cadera humana.

17. **Tutor:** Félix Galindo Soto (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: FRAMES EN ESPACIOS DE HILBERT**

**Resumen:** Un "frame" en un espacio de Hilbert juega un papel similar al de un sistema de generadores en un espacio vectorial. La representación que se obtiene de un elemento del espacio en términos del frame, en general, no es única. Sin embargo, en la definición de frame se imponen determinadas condiciones que garantizan que dicha representación tiene ciertas propiedades de estabilidad que resultan ser de gran utilidad en las aplicaciones. El objetivo de este trabajo es presentar la teoría general de los frames desde el punto de vista del Análisis Funcional y proporcionar ejemplos sencillos que ilustren los resultados que se vayan describiendo.

18. **Tutor:** Fernando Gómez Cubillo (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)



**Título: INSTRUMENTOS MUSICALES: MODELOS NO LINEALES**

**Resumen:** Modelos físicos del comportamiento vibracional de instrumentos musicales se describen mediante sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales acopladas. En el estudio de dichos modelos se aplican técnicas matemáticas tales como transformaciones funcionales, elementos finitos, diferencias finitas, métodos de dinámica de fluidos como retículos de Boltzmann, o métodos simplificados como ondas-guía, frentes de onda o líneas de retardo. Se abordará el estudio de algún caso concreto.

19. **Tutor:** Fernando Gómez Cubillo (Dpto. Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: TÉCNICAS MATEMÁTICAS EN EL TRATAMIENTO DIGITAL DEL SONIDO**

**Resumen:** Estudio de algunas técnicas matemáticas de aplicación en el tratamiento digital del sonido orientado a la música. Muestreo, cuantización, síntesis (granular, aditiva y sustractiva), filtros, efectos (compressor, expander, delay, echo, reverb, flanger,...) se describen en espacios funcionales adecuados mediante la transformada de Fourier, convolución, ecuaciones en diferencias, transformada  $z$ , ondículas, etc. El trabajo se centrará en describir y aplicar algunas de estas técnicas.

20. **Tutor:** José Enrique Marcos Naveira (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología).

**Título: TEMAS AVANZADOS EN CUERPOS FINITOS**

**Resumen:** Se trata de profundizar más en el estudio de cuerpos finitos y alguna aplicación. Se requiere un buen conocimiento de lo impartido sobre cuerpos finitos en la asignatura "Ecuaciones algebraicas". Según preferencias del alumno, se estudiarán seriamente algunos de los temas siguientes:  
Polinomios sobre cuerpos finitos. Construcción de polinomios irreducibles.  
Bases de un cuerpo finito adecuadas para aritmética rápida (multiplicación y exponenciación).  
Elementos primitivos. Polinomios ciclotómicos.  
Polinomios que inducen permutaciones en el cuerpo finito.  
Combinatoria sobre cuerpos finitos.

21. **Tutor:** Carlos Matrán Bea (Dpto. de Estadística e Investigación Operativa)

**Título: MÉTRICAS PROBABILÍSTICAS Y APLICACIONES**

**Resumen:** La introducción de distancias entre probabilidades se remonta a los comienzos de la Teoría de la Probabilidad y ha sido fundamental en el desarrollo de la propia teoría y en las aplicaciones, especialmente las de naturaleza estadística. El trabajo consistirá en el análisis comparado de algunas de estas métricas y de su repercusión en otras áreas.

22. **Tutor:** Carlos Matrán Bea (Dpto. de Estadística e Investigación Operativa)

**Título: LA PARADOJA DE SAN PETERSBURGO**

**Resumen:** La llamada paradoja de San Petersburgo es un problema fácilmente comprensible por su sencilla formulación en términos de juegos con apuesta. Originalmente fue planteado por N. Bernoulli en 1713, Sin embargo la literatura que ha generado en estos trescientos años de existencia es un buen indicador de la riqueza de ideas que ha generado. El trabajo propuesto consistirá en un análisis crítico del problema y sus implicaciones, así como de las diferentes propuestas que se han generado desde su planteamiento.

23. **Tutor:** Carlos Matrán Bea (Dpto. de Estadística e Investigación Operativa)

**Título: CONTROL DE LA TASA DE FALLO EN CONTRASTES DE HIPÓTESIS**

**Resumen:** La teoría estadística incluye entre sus problemas emblemáticos el de los contrastes de hipótesis. Su objetivo es el de obtener reglas de decisión del tipo aceptación/rechazo óptimas en algún sentido. El control de uno de los tipos de error que se pueden cometer es un elemento fundamental en la teoría, pero el concepto de nivel de significación no es suficientemente flexible para abordar de una forma realista los problemas de contrastes múltiples que actualmente encontramos, en los que intervienen grandes conjuntos de variables. En este trabajo se propone el análisis del



problema y de las diferentes propuestas existentes y su comparación en diferentes tipos de aplicaciones.

**24. Tutor:** Carlos Matrán Bea (Dpto. de Estadística e Investigación Operativa)

**Título:** LAS LEYES DE LOS GRANDES NÚMEROS EN LA TEORÍA DE LA PROBABILIDAD

**Resumen:** Se propone un recorrido por los avances conseguidos en relación con el comportamiento estocástico de las sumas de variables aleatorias. Aunque los resultados fundamentales se obtuvieron en la primera mitad del siglo XX, el tema sigue vigente y su adaptación a los procedimientos de muestreo o a situaciones de dependencia, o simplemente las mejoras en las técnicas utilizadas en las demostraciones han supuesto importantes avances en la Teoría de la Probabilidad y en las Matemáticas en general. El trabajo incluirá el diseño de programas ilustrativos, basados en simulaciones, que faciliten la comprensión de los diferentes tipos de convergencia habituales en el ámbito de estudio de la aleatoriedad.

**25. Tutor:** Carlos Matrán Bea (Dpto. de Estadística e Investigación Operativa)

**Título:** ÓRDENES ENTRE DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

**Resumen:** El orden estocástico entre dos distribuciones de probabilidad fue introducido por Lehmann en 1955 y responde a una relación global entre las distribuciones, más adecuada en muchas situaciones que las más simples y habituales que se limitan a comparaciones sobre características como la media o la mediana. Versiones más débiles y adaptaciones del concepto a escenarios apropiados siguen siendo objeto de estudio, por lo que, en su conjunto, representan una buena introducción a la investigación en probabilidad aplicada.

**26. Tutor:** Jorge Mozo Fernández (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título:** LA INTEGRAL DE HENSTOCK-KURZWEIL

**Resumen:** Históricamente el concepto de integral ha conocido diversas aproximaciones, empezando por la integral de Darboux y Cauchy, su perfeccionamiento por Riemann, y continuando por la integral de Lebesgue. Cada una de estas integrales pretende solucionar algunos problemas de la anterior. En el siglo XX, la integral de Lebesgue ha sido generalizada por Henstock y Kurzweil. Esta nueva aproximación permite tratar de una mejor manera que la de Lebesgue problemas como el teorema fundamental del cálculo o las integrales impropias. Se pretende que el alumno analice las aproximaciones que aquí se mencionan, estudiando las similitudes y diferencias de unas con otras y las ventajas que proporciona cada una de ellas.

**27. Tutor:** Manuel Núñez Jiménez (Dpto. Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título:** ESPACIOS DE SOBOLEV Y LA FORMULACIÓN VARIACIONAL DE PROBLEMAS DE CONTORNO ELÍPTICOS EN DIMENSIÓN  $N$

**Resumen:** El presente TFG pretende dar una exposición matemáticamente rigurosa de las técnicas de espacios de Sobolev en problemas elípticos. Entre los aspectos a estudiar se encuentran los siguientes:

- Operadores de extensión y teoremas de traza
- Desigualdades de Sobolev
- Formulación variacional de ciertos problemas
- Regularidad de soluciones débiles
- El principio del máximo
- Descomposición espectral

Teniendo en cuenta los conocimientos imprescindibles para abordar este tema, sólo podrán optar a realizar el TFG los alumnos que hayan cursado las asignaturas 'Análisis real' y 'Funciones generalizadas y sus aplicaciones'.

**28. Tutor:** Fernando Sanz Sánchez (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título:** TEOREMA DE LA CURVA DE JORDAN. DE LA TOPOLOGÍA ELEMENTAL A LA TOPOLOGÍA ALGEBRAICA



**Resumen:** En los nuevos estudios de grado de matemáticas ha desaparecido la asignatura optativa dedicada a la introducción a las teorías de homología en topología algebraica. Con este trabajo se pretende dar contenido a esta parte de las matemáticas. Teniendo como excusa el teorema de la curva de Jordan, y después de abordar dicho teorema de manera elemental, se pretende que el alumno vea la necesidad de introducir el lenguaje algebraico para abordar problemas de topología.

**29. Tutor:** Luis Alberto Tristán Vega (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: TRANSFORMACIÓN DE LAPLACE**

**Resumen:** A principios del s.XX se sistematiza el cálculo operacional de la transformada integral de Laplace (TL en lo sucesivo) debido, principalmente, al trabajo de O. Heaviside, cálculo que luego se establece de forma rigurosa ampliándolo al campo complejo por T. Bromwich, entre otros, culminando así las técnicas que estaban ya presentes en los trabajos de L. Euler, según observa el propio P-S. Laplace, y cuya denominación establece S. Bernstein en 1920 en reconocimiento al anterior. El desarrollo, a mediados del siglo, de la Teoría de Distribuciones (o Funciones Generalizadas) por S. Sobolev y L. Schwartz proporciona un nuevo ámbito de aplicación de la TL.

El trabajo que se propone consiste en una recopilación de las técnicas de la TL:

- Primero la clásica, de argumento complejo, incluyendo la prueba rigurosa de las propiedades fundamentales, así como la fórmula de inversión.

- En segundo lugar la TL de distribuciones de orden finito, explicando de forma precisa cómo la fórmula de TL de derivadas, cuando se extiende a derivadas débiles, proporciona un procedimiento de definición y un algoritmo de cálculo. Se hará especial énfasis en la delta de Dirac y su aplicación a las soluciones fundamentales de EDOs.

Dado el contenido del trabajo, es imprescindible para abordarlo con éxito que el alumno haya cursado las asignaturas optativas "Análisis Real" y "Funciones generalizadas y sus aplicaciones".

**30. Tutor:** Luis Alberto Tristán Vega (Dpto. de Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología)

**Título: EL PROBLEMA DE LA MÍNIMA BOLA RECUBRIDORA**

**Resumen:** A finales del siglo XIX, J.J. Sylvester propone el problema de determinar el círculo cerrado,  $D = B(x,r) = x + r B(0,1)$ , de radio más pequeño entre los que contienen a una colección finita y fija,  $P$ , de puntos del plano euclídeo. Dicho problema tiene solución única cuando se permite variar libremente el centro del disco.

El problema mencionado se puede generalizar a espacios de Banach  $X$  arbitrarios, considerando conjuntos acotados  $P$  y bolas cerradas  $D$  en  $X$ , e incluso trasladados de entornos cerrados y acotados del  $0$  de  $X$  obtenidos por homotecias de uno dado  $V$ :  $D = x + r V$ . En el problema de optimización consistente en encontrar  $x$  para el que  $r$  sea mínimo se puede imponer, asimismo, la restricción de que los centros  $x$  varíen en un subconjunto  $C$  de  $X$ .

Recientemente, a caballo entre los siglos XX y XXI, se han presentado respuestas parciales a este y otros problemas similares. Por ejemplo, se ha probado la existencia de soluciones en el caso de espacios  $X$  reflexivos y ligaduras compactas  $C$ . Además, si  $X$  es un espacio euclídeo de dimensión finita y  $V = B(0,1)$  es la bola euclídea unidad, la unidad de la solución se obtiene cuando  $C$  es convexo.

El trabajo propuesto consiste en una revisión y compilación organizada de la literatura existente, intentando en la medida de lo posible aportar algún ejemplo original. Puesto que las herramientas utilizadas son las propias del Análisis Funcional (dualidad, convexidad, condiciones débiles,...) es imprescindible para abordarlo con éxito que el alumno haya adquirido una notable destreza en la materia de la asignatura obligatoria "Introducción a los espacios de funciones" y es altamente recomendable que haya cursado la asignatura optativa "Funciones generalizadas y sus aplicaciones" (u otras con contenido similar, no basta con haberlas compensado o convalidado).