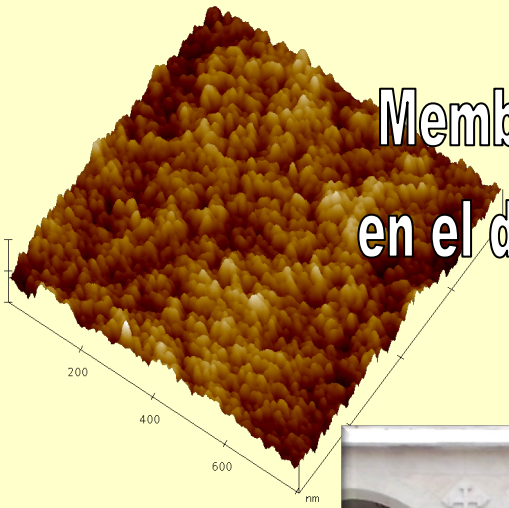
Revista de Ciencias

UVa

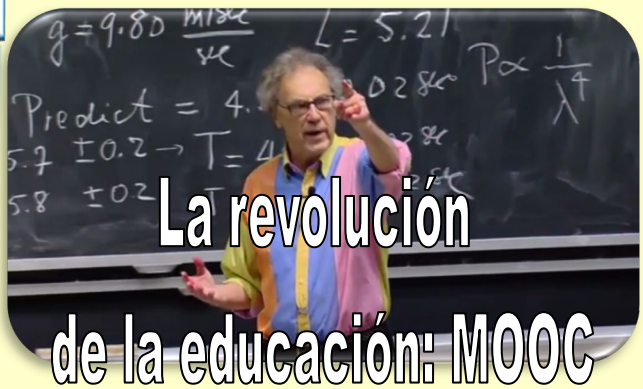
Olimpiadas de Física y Matemáticas

Sección Local de Valladolid
Real Sociedad Española de Física

Olimpiada Matemática Española
RSME



Membranas en el día a día



La revolución de la educación: MOOC

Relojes clásicos y modernos

Clasificación estelar

Facultad de Ciencias

Universidad de Valladolid

UVa
FacultaddeCiencias

Número 4. Abril, 2014

Universidad de Valladolid

Revista de Ciencias

Índice de artículos

	Página
Editorial	3
Procesos de separación: membranas en el día a día por Laura Palacio, Pedro Prádanos y Antonio Hernández	5
La medida del tiempo I: Relojes clásicos por J. Mariano Merino y Ramiro Merino	11
La medida del tiempo II: Relojes modernos por J. Mariano Merino	22
Llega la revolución de la educación: los MOOC por Álvaro Cuéllar	28
Cincuenta años de la Olimpiada Matemática Española (OME) por Francisco Bellot y Cesáreo Jesús González	32
XXV Olimpiada Española de Física: Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid por José Carlos Cobos	36
Nombrando las estrellas por Daniel Camarero y Arturo García	48
Cosmonoticias por Juan Carbajo	57
Contraportada	60

http://www.cie.uva.es/revista_ciencias

ISSN: 2255-5943

Editorial

El número 4 de la *Revista de Ciencias* se presenta con un contenido diverso al englobar alguna temática relacionada con los grupos de investigación de la Facultad de Ciencias y otros aspectos más relacionados con las actividades docentes, como es el caso de las olimpiadas de Matemáticas y Física; en cualquier caso, además, seguimos manteniendo las contribuciones de los alumnos.

El artículo "*Procesos de separación: membranas en el día a día*" presenta el panorama actual de un tema de investigación que se encuentra en plena actualidad, dado que son abundantes las aplicaciones de este campo tanto en sus vertientes industrial como en el de procesado de alimentos o en el ámbito clínico. El artículo hace una presentación de esta temática así como su situación en el contexto histórico.

Dos artículos consecutivos dedicados a la medida del tiempo a través del desarrollo en la construcción de los relojes. Hemos considerado adecuado que los dos artículos vayan incluidos en el mismo número de la revista porque ambos se complementan al presentar la tecnología de forma paralela al desarrollo cronológico (valga la redundancia en este caso); esto facilitará al lector interesado la consulta desde el aspecto histórico al tecnológico. Así, "*La medida del tiempo I: Relojes clásicos"* presenta la historia de los relojes y los entresijos técnicos ideados en busca de la precisión. "*La medida del tiempo II: Relojes modernos*" presenta la tecnología actual al servicio de la medida del tiempo. Uno de los autores, además, es el responsable de la restauración del reloj de la UVa actualmente situado en el patio principal del Palacio de Santa Cruz, así como el reloj de la Catedral de Valladolid.

El uso de internet y el desarrollo de los "campus virtuales" han permitido la difusión de la docencia desde las universidades más prestigiosas del mundo. El artículo "*Llega la revolución de la educación: los MOOC*" explica en qué consisten los denominados *Massive Open Online Courses,* abreviados mediante el acrónimo MOOC. Profesores tan emblemáticos como Walter Lewin, desde el *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) o David J. Malan, desde la Universidad de Harvard son algunos de los docentes que dictan sus cursos abiertos. En el artículo encontraremos algunos ejemplos y el método que usan en la enseñanza.

Hemos querido incluir en este número de la revista los problemas planteados en las recientes olimpiadas de Matemáticas y Física. Presentamos los problemas y sus soluciones, de ambas modalidades, así como una introducción de contexto firmada por los coordinadores locales de estas pruebas académicas. Precisamente el presente curso académico 2013-14 se celebra la quincuagésima edición de la Olimpiada Matemática Española (OME) que organiza la Real Sociedad Matemática Española (RSME). Por lo que respecta a la Olimpiada de Física, se ha celebrado la Fase Nacional de la XXV Olimpiada Española de Física OEF (4 al 7 de abril de 2014 en La Coruña); dos alumnos presentados desde el distrito de Valladolid han recibido premios. Por otra parte se ha concedido el Premio en el "Concurso al mejor problema de las Fases Locales" a uno de los que se propusieron en la Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid, celebrada el viernes 14 de marzo de 2014. Presentamos en este número las pruebas, y sus soluciones.

El artículo "*Nombrando las estrellas"*, es una contribución de dos alumnos del Grado en Física y miembros del Grupo Universitario de Astronomía (GUA), en el que hacen una explicación exhaustiva del diagrama de Hertzsprung-Russell, una de las mejores clasificaciones de las que se ha hecho eco la astrofísica para clasificar estrellas y fusionar las herramientas proporcionadas por el análisis de espectros estelares con las etapas de evolución cronológica, seguidas por las estrellas, en función de su masa y luminosidad.

Cerramos el número con el enunciado escueto de dos *Cosmonoticias* desde el Grupo Universitario de Astronomía; una de ellas relacionada con el descubrimiento de un tipo inusual de estrellas y la

Revista de Ciencias, 4, 3-4, abril 2014
ISSN: 2255-5943

segunda, una noticia que revolucionaba los medios científicos recientemente al anunciar el descubrimiento de las, tan esperadas, ondas gravitatorias. Estaremos muy atentos al desarrollo, sobre todo, de ésta última.

Nota aclaratoria

En el número 3 de la Revista de Ciencias se publicaba un artículo dedicado al Parque Científico de la Universidad de Valladolid, en cuyo contenido se mencionaba que el Parque empezó a funcionar en 2007. Aunque esta afirmación es correcta, querríamos añadir, en base a completar los datos relativos a su anterior gestación, que la idea del Parque surgió dentro de la propia Universidad en 2005 y fue impulsada por el entonces vicerrector de investigación D. Emilio Suarez de la Torre, contando desde el primer momento con el apoyo del Ayuntamiento de Valladolid y del Banco Santander. Los documentos de constitución del Parque fueron firmados en mayo de 2006 por el Alcalde D. Javier León de la Riva y por, el entonces Rector de la UVa, Prof. Sanz Serna.

Abel Calle
Editor de la Revista de Ciencias
Universidad de Valladolid

Envía tus contribuciones a:

Editor de la Revista de Ciencias
Dpto. de Física Aplicada
Facultad de Ciencias. Paseo de Belén, 7, 47011-Valladolid
email: abel.calle@fa1.uva.es

Procesos de separación: membranas en el día a día

Laura Palacio, Pedro Prádanos y Antonio Hernández
Dpto. de Física Aplicada. Universidad de Valladolid

La Ciencia y Tecnología de Membranas es una ciencia en auge y con cada vez mayor presencia en más ámbitos, no sólo industriales sino de la vida cotidiana. Algunos ejemplos muy cercanos son: la filtración de aire en el interior de edificios o vehículos, la industria de la alimentación (leche, zumos, vino, cerveza, alimentos enriquecidos o funcionales), purificación de agua potable, tratamiento de aguas residuales o de desecho industrial. Más en el ámbito científico encontramos membranas en muchas separaciones analíticas en laboratorios de química o farmacia. También son muy relevantes las aplicaciones médicas como en la hemodiálisis con riñones y otros órganos artificiales.

¿Qué es una membrana?

Desde la década de 1990 las membranas, siendo éstas selectivas para la separación de sustancias, han sustituido muchos procesos de separación tradicionales, haciéndolos más eficientes, con menor consumo energético y mayor producción. A su vez, esta revolución en la ciencia y tecnología de membranas ha influido en, y ha sido influida por, el desarrollo de otras disciplinas como son las ciencias de materiales y de polímeros. El gran avance sufrido por la tecnología de membranas ha sido gracias a la habilidad para crear materiales "a nuestro gusto", modificando las propiedades selectivas según las aplicaciones que se quieran dar. Y no sólo eso, sino que también ha jugado un gran papel el surgimiento de una ingeniería de materiales que permite la producción de módulos a gran escala, robustos para su aplicación industrial y que proporcionan áreas de membranas muy grandes.

Un ejemplo de los sistemas de membrana a gran escala y que ha tenido un gran impacto en la vida de millones de personas es la tecnología de la ósmosis inversa aplicada al agua de mar para obtener agua desalinizada. En los años 50, J. F. Kennedy consideraba que la desalinización de agua de mar podría cambiar el mundo: *"If we could ever competitively, at a cheap rate, get freshwater from saltwater, that would really dwarf any other scientific accomplishements*" (Washington, 1961). Se prevé que en 2016 la producción de agua desalinizada sea de 38 billones de metros cúbicos al año, el doble que lo que se produjo en 2008, principalmente debido a plantas de ósmosis inversas en detrimento del uso de tecnologías de destilación. España es la región del Mediterráneo con la mayor capacidad de desalinización, produciendo 1 billón de metros cúbicos de agua desalinizada anualmente (más del doble de lo producido en 2005). Hay otros muchos países que están haciendo grandes inversiones en plantas desalinizadoras, para poder abastecer de agua a una población creciente, como Israel o Singapur.

Antes de hablar de la utilización de las membranas, conviene que definamos qué se entiende por membrana (Figura 1). Una membrana es una barrera semipermeable que permite el paso de ciertos componentes y restringe el paso de otros (Figura 2). Y aunque parece que su uso se hizo más extensivo en el siglo pasado, ya en 1861 se escribió sobre los primeros experimentos de diálisis usando membranas sintéticas que excitaban la imaginación del mismo Maxwell que hablaba de un su famoso demonio "un ser cuyas facultades son tan afilada que puede seguir cada molécula en su curso" [1], de forma que fuera perfectamente capaz de reconocer y separar moléculas individuales.

Revista de Ciencias, 4, 5-10, abril 2014
ISSN: 2255-5943

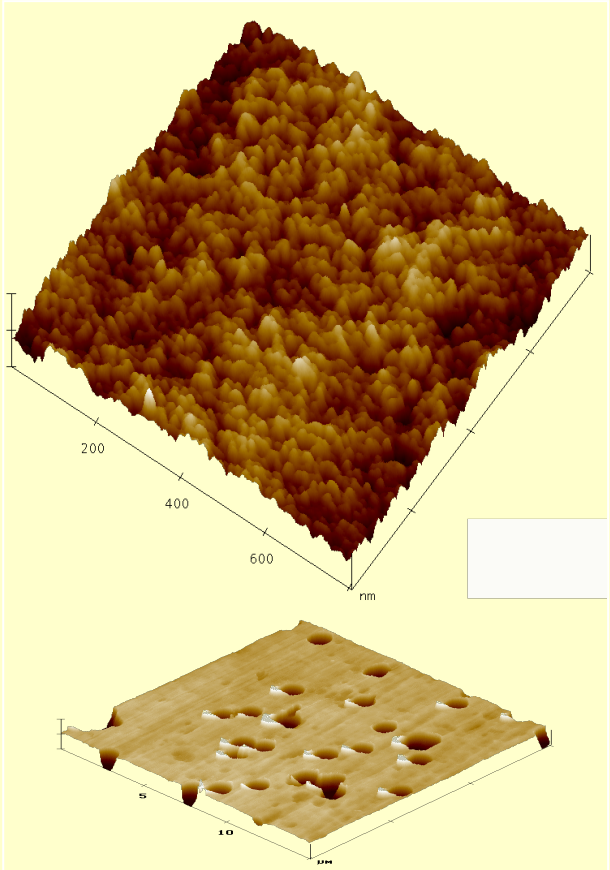


Figura 1. Imágenes de Microscopía de Fuerza Atómica de una membrana de polietersulfona (área 800×800 nm²) (arriba) y una de policarbonato (área 10×10 µm²)

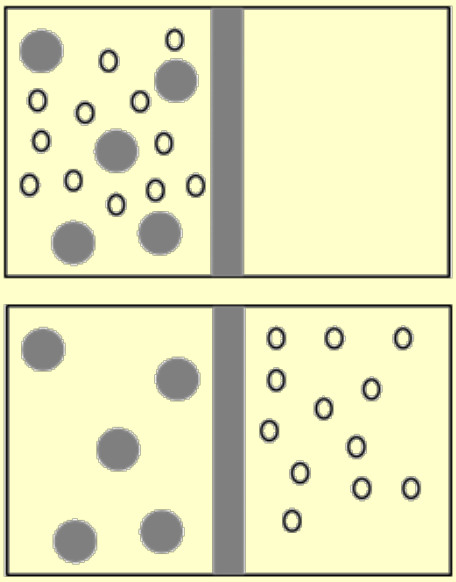


Figura 2. La membrana como barrera semipermeable

De esta forma, tras un proceso de separación estamos pasando de una situación más caótica a una más ordenada, lo cual estaría en contra de la segunda ley de la termodinámica (un sistema termodinámico tiende a maximizar su entropía) ya que si este proceso se hubiera hecho "libremente", el sistema tendería a alcanzar una situación de máximo desorden. Por tanto, para que ese proceso tenga lugar, se necesita una fuerza conductora (presión, diferencia de potencial eléctrico, temperatura, etc.) (Figura 3) y requerirá un consumo mínimo de energía. Esta energía se suele denominar "Trabajo mínimo de separación". Gracias a esa fuerza conductora, la membrana puede discriminar entre dos tipos de moléculas por diferencias de tamaño, de forma, de estructura química, de carga, etc. Evidentemente la membrana no podrá realizar una separación perfecta (situación ideal).

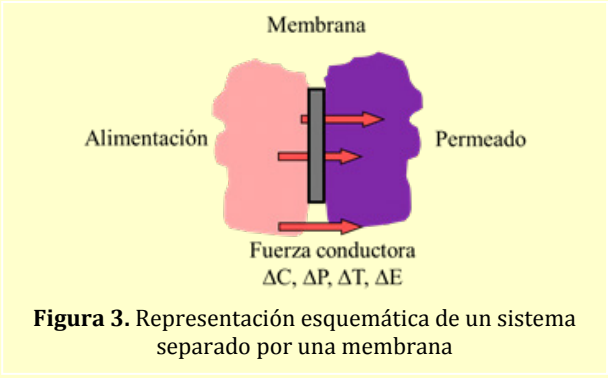


Figura 3. Representación esquemática de un sistema separado por una membrana

Si pensamos en términos de energía, una mezcla de dos componentes se produce espontáneamente si la energía libre de la mezcla es menor que la suma de las energías libres de cada una de las componentes puras. De forma simétrica, el trabajo mínimo de separación que se requiere para separar una mezcla es mayor o igual que la energía libre (ΔG) de la mezcla:

$$\Delta W_{min} \geq \Delta G = \Delta H - T\Delta S$$

Lo que ocurre es que, en la práctica, la energía necesaria en un proceso de separación va a ser bastante mayor que este valor mínimo. De acuerdo con eso, el proceso que sea más rentable económicamente, y el más viable tecnológicamente, es el que tendrá más éxito a nivel industrial. Eso es lo que ha hecho que para la obtención de agua dulce a partir de agua del mar el más rentable sea la ósmosis inversa, frente a otros como la destilación, electrodiálisis o la congelación entre otros.

Hay otros factores que también condicionan la viabilidad de un proceso:

- El precio de los productos. Para empezar hay que considerar el precio de los "inputs" ya sean materiales o energéticos. Por ejemplo, en un proceso que conlleve gasto de agua, el precio de la misma es muy variable de unas zonas geográficas a otras y puede llegar a ser

fundamental. Por otra parte el o los componentes separados pueden tener un valor económico muy grande. Por lo que en esencia se trata de un balance económico.

- Factores políticos y medioambientales. Desde el punto de vista económico, también hay que tener en cuenta los gastos generados en el tratamiento de los productos de desecho, ya que hay que tener en consideración las consecuencias medioambientales y ajustarse a las regulaciones gubernamentales existentes. Estas se refieren, en el fondo a la salud que se puede valorar con criterios de gasto sanitario o con criterios más generosos. Esto va a hacer que, a menudo se insista en la utilización de procesos que no tienen por qué ser los más ventajosos económicamente.

Para realizar una separación se pueden usar diferentes procesos. No obstante, de forma resumida, la separación se puede hacer por:

a) Concentración: donde se elimina el disolvente para quedarse con el componente deseado
b) Purificación: proceso en el que se eliminan las impurezas no deseables
c) Fraccionamiento: la mezcla se separa en dos o más componentes

La tecnología de membranas se presenta como una técnica que se adecúa a las necesidades existentes, cumpliendo los requerimientos que hemos comentados y que presenta muchas ventajas frente a otros procesos de separación:

1. La separación se puede realizar de forma continua.
2. El consumo de energía es, generalmente, bajo.
3. Los procesos de membrana se pueden combinar fácilmente con otros procesos de separación.
4. La separación se puede llevar a cabo en condiciones "suaves" y poco agresivas
5. Es fácil el escalado es decir el paso de la escala del laboratorio a de aplicación a gran escala.
6. Las propiedades de las membranas son variables y se pueden ajustar a las necesidades.
7. En muchas ocasiones no se necesitan aditivos.

En honor a la verdad, también hay que citar algunos problemas como:- El ensuciamiento de las membranas

1. - El tiempo de vida de algunas membranas es bajo
2. - En ocasiones tienen una baja selectividad.

¿Qué es este último término? La eficiencia de una membrana está determinada por dos parámetros: la selectividad y la permeabilidad.

La selectividad es el punto de partida y el objetivo principal de la separación. En las membranas, la selectividad se puede expresar en términos de la *retención* (R) o del *factor de separación* (α). El primero de ellos es preferible usarlo en el caso de separación de líquidos, donde la fuerza conductora es la presión:

$$R = 1 - \frac{c_p}{c_f}$$

donde c_f es la concentración del soluto en la alimentación y c_p es la concentración del soluto en el permeado. Puesto que se trata de un parámetro adimensional, no depende de las unidades en las que se exprese la concentración. El valor de R varía entre el 100 % (retención completa del soluto; en este caso tendríamos una membrana "ideal") y el 0% (tanto el soluto como el disolvente pasan libremente a través de la membrana).

El *factor de separación* para una mezcla de componentes A y B viene dado como:

$$\alpha_{A/B} = \frac{y_A/y_B}{x_A/x_B}$$

donde y_A y y_B son las concentraciones de los componentes A y B en el permeado y x_A y x_B son las concentraciones en la alimentación. El factor de separación se suele usar en separación de solutos (por ejemplo, fraccionamiento de proteínas) o en separación de gases (por ejemplo, separación de gases O_2/N_2).

Una vez se consigue que la selectividad de la membrana sea la apropiada para la separación requerida, la permeabilidad es la que dicta el coste último. Una baja permeabilidad requerirá una mayor área de membrana y un mayor gasto energético. El cálculo de la permeabilidad (A) se obtiene a partir de las medidas experimentales de *flujo* (J) de materia a través de la membrana por unidad de área:

$$J = -A\frac{dX}{dx}$$

donde dX/dx es el gradiente de la fuerza conductora (X), a través del espesor de la membrana (x). En la tabla 1 se presentan las ecuaciones fenomenológicas de algunos tipos de transporte.

Relación	Tipo de transporte	Flujo (unidades)	Permeabilidad (unidades)	Gradiente
Ley de Fick	Flujo de masa	J_m (kg/(m²·s))	D (m²·s)	dc/dx
Ley de Darcy	Flujo de volumen	J_v (m³/(m²·s))	L_p (m²/(Pa·s))	dP/dx
Ley de Fourier	Flujo de calor	J_h (J/(m²·s))	λ (W/(m·K))	dT/dx
Ley de Newton	Flujo de momento	J_n (kg/(m²·s))	μ (kg/(m·s))	dv/dx
Ley de Ohm	Flujo eléctrico	J_i (C/(m²·s))	1/R (S)	dE/dx

Tabla 1. Ecuaciones fenomenológicas que relacionan los flujos con los gradientes de las fuerzas conductoras

Un poco de historia

La ciencia de membranas se ha nutrido de la contribución de múltiples campos (Química, Física, Biología e Ingeniería). Sus inicios se pueden poner en 1748, en que los estudios de Nollet [2] de permeación de agua a través de un diafragma le condujeron a acuñar el término de ósmosis. Los trabajos que comienzan a principios de 1900 se centran en entender lo que ocurre en las barreras e interfaces, trabajando con sistemas de gases y líquidos ideales. Las membranas se emplearon como sistemas modelo para estudiar procesos de transporte, tales como la difusión, ósmosis y diálisis. Posteriormente se desarrolló la tecnología de membranas. En la Figura 4 se presenta un esquema temporal del desarrollo de la Ciencia y Tecnología de Membranas.

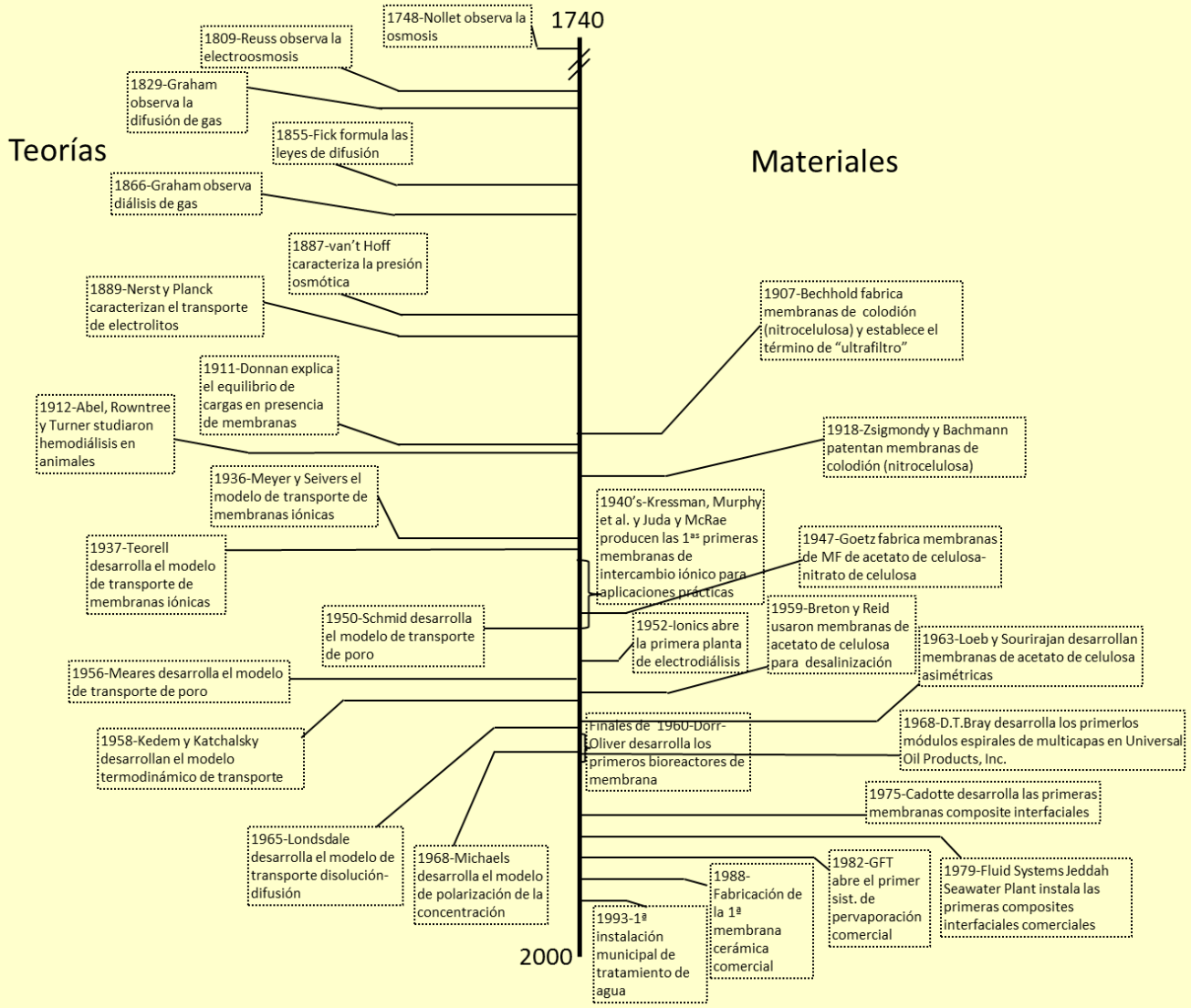


Figura 4. Esquema temporal del desarrollo científico y tecnológico de la Ciencia de Membranas [3]

La importancia y la presencia de las membranas

De forma esencial, todas las formas de vida necesitan membranas para sus funciones biológicas. Las membranas biológicas sirven como capa protectora de materiales genéticos y metabólicos. Controlan de forma selectiva el transporte de agua, iones y compuestos orgánicos entre células y órganos. Aseguran el equilibrio biológico en la difusión pasiva de CO2, O2 y agua a través de las membranas celulares. Regulan el paso de azúcar o aminoácidos tan esenciales en el metabolismo. Y el estudio del comportamiento de estas membranas ha llevado a la creación de membranas biomiméticas que desarrollen los mismos procesos.

Por esta razón, la separación por membranas empezó jugando un papel importante en la biotecnología y la medicina [4]. Hace ya 70 años que se creó el primer modelo de riñón artificial [5]. Éste no era una réplica sino un sistema de diálisis para aplicaciones médicas. Se han construido células artificiales, órganos y liposomas con membranas que controlan a la perfección el paso de ciertas especies químicas.

Figura 5. Ejemplo de módulos de ósmosis inversa en una planta desalinizadora

El mayor crecimiento en la Ciencia y Tecnología de Membranas vino después de la II Guerra Mundial, unido al rápido desarrollo de la Ciencia de Polímeros y la gran demanda de tratamiento de aguas y la producción de agua potable [6]: en Europa, debido a que durante la guerra muchas de las reservas de agua se vieron contaminadas; el aumento de población en zonas áridas como California o el Medio Oriente. Ejemplos como estos, hicieron que creciera el interés por la obtención de agua potable a partir de agua de mar (Figura 5). Actualmente se siguen utilizando y mejorando los procesos de membrana para obtener agua potable no sólo de agua de mar, sino de aguas salobres y aguas residuales. En el tratamiento de aguas, también están presentes las membranas en el pretratamiento (microfiltración y ultrafiltración), la eliminación de metales y moléculas orgánicas (nanofiltración) o desalinización (ósmosis inversa) (plantas actuales son capaces de producir 60000 m^3 de agua al día con retenciones de sales del 99.7 %). Sin ir más lejos, en muchos de nuestros hogares tenemos un sistema de purificación de agua con membranas de ultrafiltración y/u ósmosis inversa.

La industria de la alimentación y bebidas, no sólo confía en las membranas para aguas sino que también tienen otras aplicaciones. En el caso de productos lácteos [7], se utilizan para eliminar bacterias y esporas, obtención y tratamiento de leche desnatada, tratamiento de suero lácteo (subproducto de la industria láctea y que hasta hace poco era un problema como producto de desecho), etc. En la industria cervecera [8] se utilizan para clarificación, eliminación de levaduras y microorganismos, o para reducción de alcohol. De igual forma en la producción de vino, las membranas están presentes desde los pasos iniciales de prensado de las uvas hasta tratamientos finales del vino para desalcoholización [9]. Además de para tratamiento de productos alimenticios, las membranas también se utilizan en materiales empleados para su empaquetamiento y su conservación. La industria textil también utiliza membranas; un claro ejemplo es la ropa de alto rendimiento como el Gore-Tex®.

Ampliamente utilizados en la industria es el proceso de membrana de separación de gases. Comenzó hacia los años 1970 con la recuperación de hidrógeno o la necesidad de hidrógeno puro derivado de las regulaciones medioambientales. Hoy en día, la separación de gases se utiliza para el tratamiento de gases de combustión, gas de síntesis, y el control de las emisiones de gases y captura de dióxido de carbono [10]. Otras aplicaciones industriales de las separaciones de gases incluyen la obtención de nitrógeno u oxígeno por separación del aire, la separación de dióxido de carbono para el control del efecto invernadero, la recuperación de compuestos orgánicos en corrientes de gases mixtos y deshidratación de gas natural. Las aplicaciones medioambientales constituyen un amplio campo de utilización de membranas: la separación de gases, la eliminación de contaminantes microbianos o químicos, son algunos ejemplos.

No podemos olvidar la presencia de las membranas en la gran revolución en la automoción, que se prevé en un futuro próximo, donde los coches eléctricos con baterías se sustituyan por coches con celdas de combustible. Mientras las baterías son dispositivos de almacenamiento de energía que funcionan sólo durante un período de tiempo después del cual hay que parar para recargar, las celdas de combustible son conversores de energía, que pueden funcionar

de forma continua en presencia de combustible, oxígeno e hidrógeno usualmente. La función de las membranas en estas celdas es la de bloquear el flujo de electrones, siendo conductoras a los iones intercambiados entre los electrodos. Además, la membrana debe evitar el contacto directo entre los electrodos de la celda de combustible (cortocircuitos), debe evitar la mezcla del combustible y el oxidante, siendo capaz de resistir las variaciones de las condiciones de operación (temperatura, presión y entorno químico).

La tecnología de membranas es, por tanto, de una ciencia que tenemos muy cercana. Tenemos presentes a las membranas, no sólo a nivel industrial, sino en nuestro día a día: en nuestro desayuno con leche, zumos; en el embalaje de nuestra comida o en la piel de las frutas; o en el tejido de nuestras zapatillas o nuestra cazadora; cuando bebemos agua o cuando tomamos un vino. Tampoco parece conveniente olvidar que cuando respiramos o digerimos o nos libramos de los productos de nuestro metabolismo estamos usando membranas. Mas al fondo está claro que nuestra Bioquímica y Biofísica depende de las membranas y los intercambios que permiten o restringen nuestras membranas celulares.

Referencias

1. Mulder, M. Basic Principles of Membrane Technology, Kluwer Academic Publishers (1996) London.

2. Mollet, J.A. Investigations on the causes for the ebullition of liquids. J. Memb. Sci., 100 (1995) 1; reproducción de una parte del trabajo publicado en 1752.

3. Hoek, E.M.V., Pendergast, M.TM., Tarabara, V.V., Encyclopedia of Membrane Science and Technology, Wiley, 2013.

4. van Reis, R, Zydney, A. Membrane separations in biotechnology. Curr. Opin Biotech 12 (2001) 208.

5. Kolff, W.J., Berk, H.Th.J., Well, M. ter, van der Ley, A.J.W., van Dijk, E.C., van Noordwijk, J., The artificial kidney: a dialyse with a great área, Acta Med Scand 117 (1944) 121.

6. Glater, J. The early history of reverse osmosis membrane development, Desalination 117 (1998) 297.

7. Hansen, R. Better market milk, better cheese milk, better low heat milk powder with the Bactochatch treated milk. North Eur Food Dairy J., 54 (1988) 39.

8. Branyik, T., Silva, D.P., Baszczynski, M., Lehnert, R., Almeida e Silva, J.B., A review of methods of low alcohol and alcohol-free beer production. J Food Eng 2012;108:493–506.

9. Garcia-Martin, N., Perez-Magarino, S., Ortega-Heras, M, Gonzalez-Huerta, C., Mihnea, M., Gonzalez-Sanjose, M.L., Palacio, L., Pradanos, P., Hernandez, A., Sugar reduction in musts with nanofiltration membranes to obtain low alcohol-content wines, Separation and Purification Technology, 76 (2010) 158.

10. Tena, A., Marcos-Fernandez, A., Lozano, A.E., de la Campa, J.G., de Abajo, J., Palacio, L., Pradanos, P., Hernández, A., Thermally Segregated Copolymers with PPO Blocks for Nitrogen Removal from Natural Gas, Industrial and Engineering Chemistry Research, 52 (2013) 4312.

La medida del tiempo I: Relojes clásicos

J. Mariano Merino de la Fuente
Catedrático de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Valladolid
Ramiro Merino de la Fuente
Prof. Titular de Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad de Valladolid

La medida del tiempo ha sido siempre la respuesta al empeño del ser humano por controlar y conocer su propia vida y la evolución del mundo que le rodea. La historia de la relojería constituye una epopeya científico-técnica vertebrada en torno a la idea obsesiva de medir el tiempo con más y más precisión. Los grandes maestros relojeros hicieron uso de los descubrimientos de los físicos para mejorar sus diseños y a su vez, las mejoras en la precisión cronométrica sirvieron para hacer avanzar la ciencia. En este artículo, los autores enfatizan en el *feed-back* que durante siglos ha habido entre la ciencia y la relojería así como en los principios físicos que rigen el funcionamiento de los relojes.

Evolución histórica del reloj

Desde que el ser humano abandonó su condición de cazador recolector para asentarse en un emplazamiento fijo, sus cosechas y ganados pasaron a ser su principal preocupación. Con ello sintió la necesidad de medir el tiempo con la finalidad de coordinar actividades comunales, regular siembras y cosechas y prever el almacenaje y conservación de alimentos. En un principio fueron el Sol, la Luna, las migraciones de las aves y en general los acontecimientos naturales cíclicos los elementos de los que se sirvió para cuantificar el paso del tiempo. Desde estos hechos, hasta las medidas extremadamente precisas de los intervalos de tiempo que con fines científicos se hacen en los laboratorios de investigación, se ha recorrido un largo y apasionante camino que se inició en el antiguo Egipto, Grecia y Roma con relojes de sol, clepsidras, relojes de aceite y de arena.

El proceso continuó en la baja Edad Media con los primeros relojes mecánicos accionados por pesas. Hubo que esperar a la primera mitad del S. XV para introducir en los relojes el resorte elástico como elemento impulsor, lo que permitió que estos pudieran transportarse con facilidad. La relojería mecánica experimenta extraordinarios avances en el S. XVII con la incorporación del péndulo de Galileo, el volante con espiral de Huygens y el escape de áncora de G. Graham.

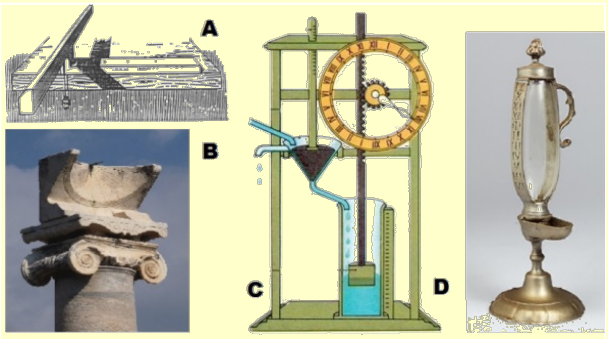


Fig.1 Relojes de la antigüedad. A-Reloj de sol egipcio (1300 a.C.) B-Reloj de sol romano de Pompeya (50 d.C.) C-Clepsidra medieval D-Reloj de aceite (S. X).

Ya en el S. XVIII aparecen sofisticadas maquinarias, como el cronómetro de marina de John Harrison que permitió resolver definitivamente el problema de la situación de un barco en alta mar. El prototipo regulaba la marcha con un sistema de doble péndulo que era insensible al balanceo del barco. No menos desdeñables son las soluciones técnicas aportadas por Abraham Louis Breguet ya en pleno S. XIX así como las de Georges Fréderic Roskopf (conocido como "el relojero de los pobres") quien popularizó relojes de bolsillo baratos y precisos para el pueblo llano. En la segunda mitad de este siglo aparecen los relojes eléctricos en los que la nueva forma de energía sustituye a las pesas y los resortes.

Revista de Ciencias, 4, 11-21, abril 2014
ISSN: 2255-5943

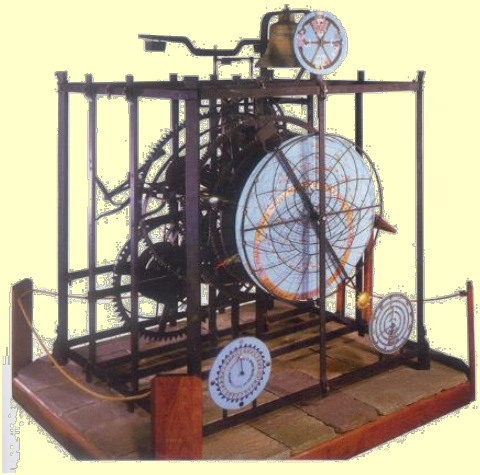


Fig.2 Reloj mecánico del monasterio de St. Albans en Hertfordshire, Inglaterra (hacia 1330).
http://www.youtube.com/watch?v=7wE8pr9aFzM
http://www.youtube.com/watch?v=EV6H251zzlY

La idea obsesiva que ha presidido el desarrollo de la relojería a lo largo de los siglos ha sido el conseguir cada vez mayor precisión en las mediciones del tiempo. El acto de medir no es otro que comparar la magnitud objeto de medida con una cantidad de esa misma magnitud, previamente establecida, que llamamos unidad. En el caso del tiempo, lo tradicional desde la Edad Media hasta el S. XX ha sido comparar el intervalo de tiempo que se desea medir con el número de divisiones (horas, minutos, segundos) que ha avanzado la manecilla (horario, minutero, segundero) en la esfera del reloj. El método en sí mismo, válido para la vida ordinaria, es altamente inexacto para fines técnicos o científicos, sobre todo si los intervalos de tiempo medidos son pequeños.

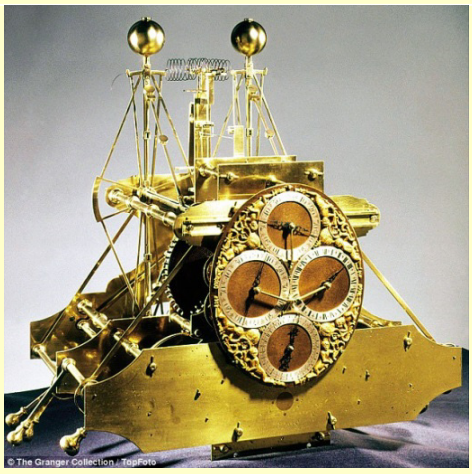


Fig. 3 Cronómetro de marina construido por John Harrison en 1736 (*Royal Greenwich Observatory*).
http://www.youtube.com/watch?v=TCaZXTM8EOw

Ya en el S. XX aparecen los relojes electrónicos, en un principio se utiliza un diapasón que, accionado por un circuito oscilante, mueve los engranajes. Posteriormente aparece el reloj de cuarzo digital ideado por Joseph Horton y Warren Morrison, mucho más barato y fiable, que se ha popularizado hasta el extremo en la actualidad.

Desde mediados del S. XX se viene utilizando para obtener una alta precisión los relojes "atómicos" cuyo patrón de tiempo es la frecuencia natural de vibración de ciertas moléculas, como la del amoníaco o la frecuencia de transición entre dos estados energéticos de ciertos átomos como el Cesio-133 o el Hidrógeno.

Relojes de sol y ciencia: El cálculo de Eratóstenes

El uso de los relojes de sol estaba muy extendido en el antiguo Egipto, de hecho, los obeliscos eran no solo monumentos sino también relojes de sol públicos. Corría el año 255 a.C. cuando el bibliotecario mayor de Alejandría, Eratóstenes de Cyrene (276-194 a.C.), comprobó algo que era ya bien sabido entonces: Al llegar las 12 h del día del solsticio de verano (21 de Junio), la luz del sol iluminaba por completo el fondo de un estrecho y profundo pozo que se hallaba en la ciudad de Siena (hoy sabemos que la antigua Siena estaba situada en el trópico de Cáncer, paralelo terrestre en el cual el sol del mediodía, el 21 de Junio, se halla a una declinación de 90º). Eratóstenes paseaba con frecuencia por la plaza de la biblioteca, en su punto medio había un obelisco y había comprobado durante años que dicho obelisco proyectaba una sombra apreciable en ese mismo momento.

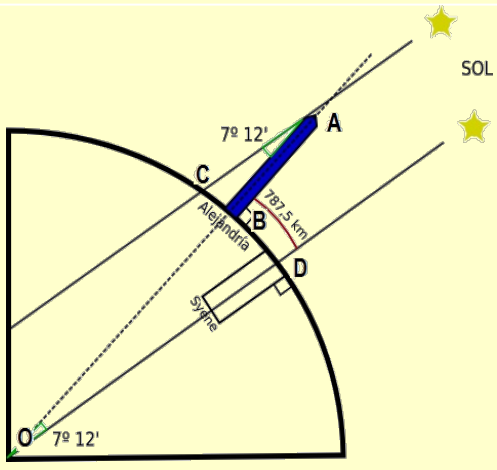


Fig. 4 Esquema del método que utilizó Eratóstenes para determinar el radio terrestre.

Ello le indujo a pensar que la Tierra no es plana sino esférica. Su mente analítica imaginó dos triángulos semejantes (fig. 4), el ABC formado por el obelisco y su sombra y el OBD formado por el radio terrestre y la distancia recta entre Siena y Alejandría. Por otro lado, la distancia en línea recta entre ambas ciudades se estimaba entonces en 5000 estadios (unos 900 km) lo que le permitió establecer una longitud de 6200 km para el radio terrestre; hoy sabemos que el radio terrestre mide 6.367 km lo que supone que Eratóstenes cometió un error del 15 %.

La propulsión en los relojes mecánicos

Los engranajes mecánicos de los relojes necesitan una cierta energía para moverse. En un principio era la energía potencial de las pesas la que aseguraba la movilidad de aquellas viejas maquinarias de los siglos XIV, XV y XVI. Este método proporciona una fuerza motriz constante, pero obliga a que el reloj deba estar en un emplazamiento fijo. Por ello, las pesas se han utilizado como elemento motriz fiable y económico en relojes de torre y de pared.

Ya en la primera mitad del S. XV se introdujo el empleo de resortes de acero arrollados en espiral. Esta invención supuso la construcción de relojes más fácilmente transportables que los de pesas. Ahora bien, la energía elástica que proporciona un resorte tensado es proporcional a la deformación del mismo, conforme establece la Ley de Hooke. Por consiguiente, la fuerza con que el resorte empuja la maquinaria es máxima en un principio y se va decrementando a medida que el resorte se destensa. Para superar esta circunstancia adversa, los antiguos relojes de resorte incorporaban un "caracol" (ver la fig. 5) que se interponía entre el barrilete que aloja el resorte y la rueda primera de la maquinaria.

Fig. 5 Maquinaria de un reloj inglés del S. XVII mostrando el complejo motriz barrilete-caracol. De la existencia de estos dispositivos deriva la frase popular "dar cuerda" a un reloj.

En el caracol se arrollaba una cuerda que también se arrollaba en el barrilete. El conjunto funcionaba de forma que cuando el muelle estaba totalmente tensado la cuerda estaba totalmente arrollada en el caracol y viceversa. De esta forma el par motriz del conjunto era prácticamente constante desde el inicio hasta el final. Con la mejora de las propiedades elásticas de los aceros actuales, el caracol cayó en desuso, estando ausente en los relojes del S. XX.

Pocos años después de que John Frederic Daniell inventara su pila eléctrica, varios inventores concibieron la posibilidad de que la corriente eléctrica moviera las maquinarias de los relojes. A mediados del S. XIX Alexander Bain y Matthaus Hipp elaboran sus respectivos prototipos que anticipan los usos que desde entonces se dará a la electricidad en relojería:

- el uso de electroimanes para almacenar energía en una pesa o un resorte
- el uso de electroimanes para propulsar los relojes secundarios
- el péndulo para operar los contactos para dar cuerda otros relojes
- el uso de un reloj principal para regular los péndulos de otros relojes
- el uso de un reloj principal para sincronizar otros relojes.

Regulación de la marcha del reloj

Foliot

Es el regulador de marcha de los primeros relojes mecánicos. Su denominación procede del francés *faire le fou* (hacer el loco). Consiste en un escape de paletas que engrana con una rueda catalina (se denomina así a una rueda cuyo dentado es paralelo al eje. Debe su nombre al martirio que, según la tradición, sufrió Santa Catalina de Alejandría. La santa fue sujetada junto a una rueda en cuyos bordes se había instalado cuchillas. Al girar esta, las cuchillas laceraban el cuerpo de la mártir) accionada por la pesa. El eje de paletas mueve un travesaño en forma de vaivén y se puede regular su frecuencia situando convenientemente los dos contrapesos que se hallan en sus extremos. Al no disponer de regulador, la precisión de este tipo de reloj no era muy buena, llegando a variar más o menos media hora al día en el mejor de los casos.

Péndulo

La aplicación del péndulo de Galileo en la regulación de la marcha de los relojes se debe a Christian Huygens (1656). Inicialmente se completaba con un escape de paletas y a partir de 1670 se incorpora el escape de áncora. Siendo en principio un método mucho más exacto que el *foliot*, el péndulo sufre

modificaciones de longitud por causa de las variaciones de temperatura, lo que motiva que los relojes adelanten si la temperatura es baja y viceversa. Uno de los procedimientos para lograr esta compensación es sustituir el vástago del péndulo por dos o más varillas de hierro y de bronce (ver fig. 8). El coeficiente de dilatación del hierro es 1,2. 10^{-5} C^{-1} y el del bronce es $1{,}8.10^{-5}$ C^{-1}. Combinando adecuadamente ambos materiales se consigue que el centro de gravedad del conjunto pendular se mantenga casi fijo. Otro procedimiento inventado por George Graham (1673-1751) es el uso del mercurio como masa pendular. Puesto que su densidad es casi tres veces mayor que la del latón, las variaciones del nivel del líquido motivadas por la temperatura compensan las variaciones de longitud del péndulo.

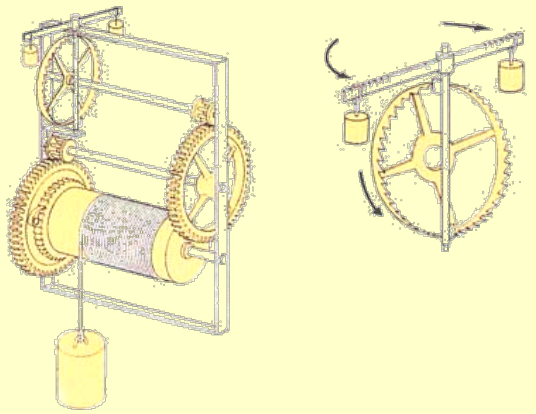


Fig. 6 Antiguo mecanismo de relojería con escape de paletas que acciona un *foliot*.
http://www.youtube.com/watch?v=9OB6RI1hR9Q

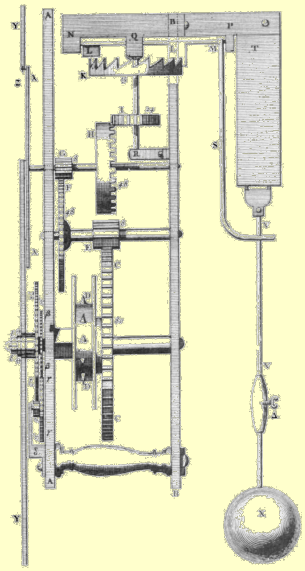


Fig. 7 Reloj de péndulo ideado por C. Huygens (1660).

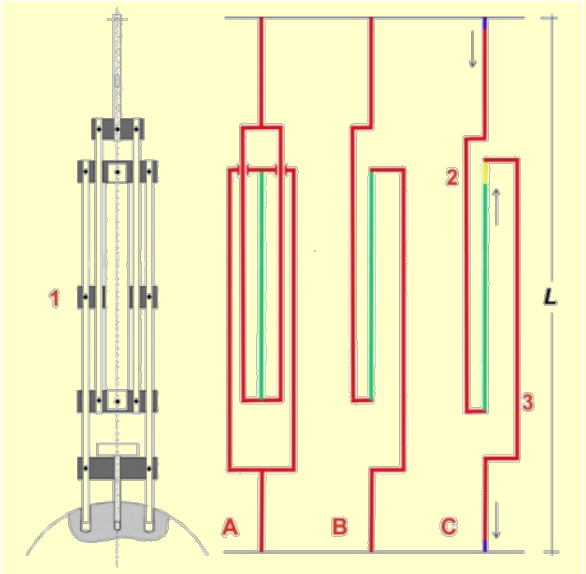


Fig. 8 Péndulo compensado térmicamente. 1 Varillaje múltiple en el que alternan el hierro y el bronce. A y B dos disposiciones del hierro (rojo) y el bronce (verde). C Ante una elevación de la temperatura, la suma delos incrementos de longitud del hierro (azul) es igual que el incremento de longitud del bronce (amarillo). Ello mantiene la longitud efectiva del péndulo.

Fig. 9 Péndulo de mercurio de G. Graham. Al elevarse la temperatura el péndulo se alarga al tiempo que el nivel del mercurio sube. Lo uno y lo otro determina que el centro de gravedad del péndulo se mantenga inmóvil.

Relojes de péndulo y ciencia: Determinación de la velocidad de la luz

La incorporación del péndulo de Galileo como elemento regulador de la marcha de los relojes supuso un enorme salto en la conquista de la exactitud en las medidas de tiempo. Así, veinte años después de que Huygens materializara su invento de relojería, el astrónomo danés Öle Christensen Römer (1644-1710) estudiaba con su telescopio el

movimiento de la luna más cercana a Júpiter, Ío. Utilizando un reloj de péndulo había logrado determinar con la máxima precisión que le fue posible el período del satélite: 42,5 horas.

Tras meses de estudio llegó a apreciar que el paso de Ío por detrás de Júpiter se produce cada 42,5 horas (Para realizar dicha determinación, Römer hizo uso de un reloj de péndulo similar al representado en la Fig. 7), lo que supone que dicho satélite efectuaría 103 revoluciones en seis meses. Así pues Römer, tras registrar la hora exacta en que Ío aparecía por detrás de Júpiter en la fecha en que la Tierra está más próxima a él, determinó la hora en que Ío aparecería de nuevo tras pasar seis meses. En el anochecer del día 182 tras la primera determinación, Römer enfocó su telescopio hacia el punto en que se hallaba Júpiter y pudo comprobar que la aparición de Ío se producía 21,5 minutos más tarde de lo calculado. Por entonces se conocía la distancia Tierra-Sol, establecida en 150 millones de kilómetros, así que no le resultó difícil calcular la velocidad con que la luz debería recorrer el diámetro de la eclíptica terrestre:

$$V = 3.10^8 \text{ km}/21{,}5.60 \text{ s} = 232.558 \text{ km.s}^{-1}$$

Si bien Römer cometió un error del 22% en su medida, ello no le resta el mérito de ser el primero en estimar una de las constantes físicas más importantes para la ciencia moderna.

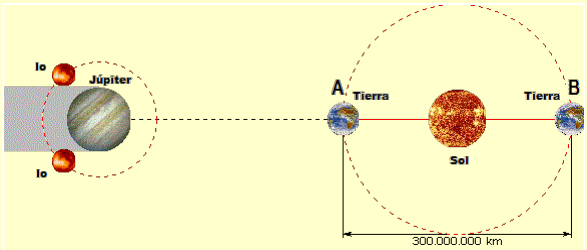


Fig. 10 Esquema explicativo del método de Römer. La luz reflejada por Júpiter y sus satélites tarda menos en llegar a la Tierra en la posición A que en la B.

Volante de inercia

La invención del volante con resorte de espiral como regulador de la marcha de los relojes se debe a Christian Huygens. La incorporación del volante de inercia como elemento regulador de la marcha del reloj permitió que este pudiera ser transportable y pequeño. Así, los primeros relojes de bolsillo hicieron su aparición a finales del S. XVII. Sus elementos esenciales eran: Resorte elástico arrollado en espiral como elemento motriz (Ver fig. 11), volante con espiral de recuperación para la regulación de la marcha y escape de áncora o de cilindro.

También el complejo regulador volante-espiral es sensible a la temperatura, de forma que un incremento de esta provoca un aumento de la longitud del espiral ocasionando un retraso del reloj. Abraham-Louis Breguet ideó un sistema compensador consistente en un volante cuyo aro estaría formado por hierro y bronce. A su vez estaría seccionado en la forma que muestra la fig. 11. Un aumento de la temperatura alargaría el espiral y motivaría el retraso del reloj, pero la diferente dilatabilidad del hierro y el bronce haría que los dos arcos se curvaran hacia adentro. Ello disminuiría el momento de inercia del volante y compensaría el efecto térmico adverso.

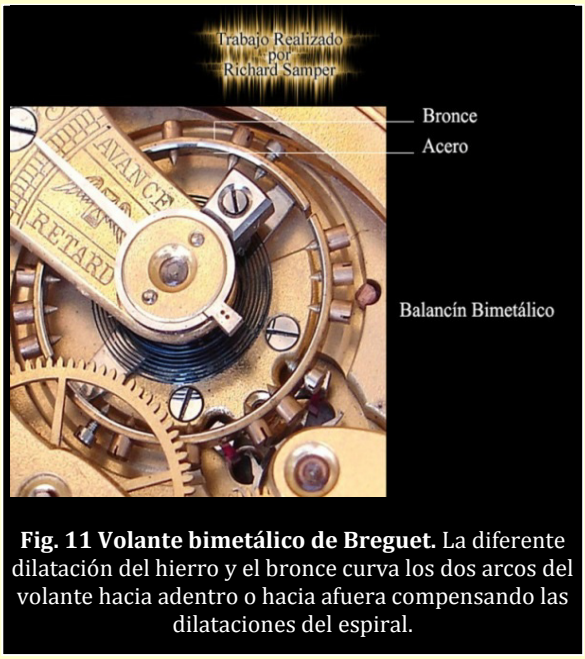


Fig. 11 Volante bimetálico de Breguet. La diferente dilatación del hierro y el bronce curva los dos arcos del volante hacia adentro o hacia afuera compensando las dilataciones del espiral.

Relojes de volante y ciencia: La determinación de la longitud geográfica

La determinación de las coordenadas geográficas longitud y latitud ha sido una cuestión de gran importancia, cuando no de vida o muerte. Si la determinación de la situación en tierra firme presenta ciertos problemas, en alta mar lejos de cualquier referencia terrestre, resulta ciertamente complicada, especialmente la longitud. La determinación de la latitud en el mar puede hacerse con cierta facilidad si se dispone de una buena carta náutica en la que figuren las declinaciones exactas de ciertos astros de referencia para cada fecha del año. El problema de la determinación de la longitud es bien distinto. Es sabido desde la antigüedad que, tanto la salida como la puesta del sol, se retrasa regularmente a medida que el observador se desplaza hacia el oeste (e igual sucede con los restantes cuerpos celestes), debido a la rotación de la Tierra de oeste a este. Hasta finales del S. XVII la navegación era o bien de cabotaje, sin perder de vista la costa o, en los viajes oceánicos inaugurados por Cristóbal Colón, Fernando de Magallanes y Juan

Sebastián Elcano, se hacía a la estima. Para ello se hacía una medida lo más exacta posible de la velocidad de la nave respecto del agua. Para evitar problemas por no saber con exactitud la posición, los navegantes se basaron, siempre que era posible, en el aprovechamiento del conocimiento de la latitud. Navegaban hacia la latitud del punto de llegada en dirección este-oeste, es decir, siguiendo el correspondiente paralelo, entonces viraban hacia su destino en dirección norte-sur siguiendo una línea de latitud constante (procedimiento conocido como *corriente por un Westing*). Esto impedía que un barco siguiera la ruta más directa (un círculo máximo) o una ruta con los vientos y corrientes más favorables, alargando el viaje días o incluso semanas.

Antiguamente, un tripulante disponía de una cuerda o línea con nudos a intervalos regulares (generalmente una braza) atada a una una pieza de madera denominada "barquilla". Su forma era lo más antihidrodinámica posible, ya que su función era permanecer inmóvil en el agua. http://es.wikipedia.org/wiki/Corredera. Otro tripulante disponía de un reloj de arena de alrededor de medio minuto. El primero arrojaba la barquilla por la popa y dejaba correr la línea que, en su primer tramo, no tenía nudos a fin de dar tiempo a que el elemento quedara flotando estacionario en el agua. Cuando llegaba al primer nudo daba la orden al otro tripulante para que diera vuelta el reloj y comenzara a contar el tiempo preestablecido. Cuando caía el último grano de arena, el tripulante a cargo del reloj daba la orden de hacer firme la línea. Habitualmente, el tripulante que sostenía la línea iba contando los nudos de ésta en la medida que iba dejando correr la línea, por lo cual bastaba estimar la fracción de cuerda entre el último nudo y su mano para informar la velocidad. Este procedimiento era muy inexacto y le sirvió a Colón para engañar a su tripulación haciéndola creer que se habían internado en el océano menos de lo real. Gracias a ello logró apaciguar el motín que se produjo tras dos meses sin ver tierra, el cual pudo dar al traste con la empresa.
Todo esto dio origen a la unidad *nudo* usada en navegación (1 nudo=1 milla náutica por hora) tanto marítima como aérea.

Como vemos, la clave de la cuestión era disponer de un reloj lo suficientemente exacto como para medir con precisión el momento en que el astro de referencia se oculta en el horizonte, para así poder determinar la longitud geográfica a satisfacción.

Los relojes accionados por pesas y regulados a foliot no daban la precisión requerida y los de péndulo, existentes ya en la segunda mitad del S. XVII, se detenían por causa del bamboleo del barco. Conscientes de ello, los monarcas de la época estaban muy interesados en la posesión de un ingenio relojero que no se detuviera por causa de los movimientos del navío y que fuera lo suficientemente preciso como para medir el tiempo de una navegación de dos o más meses. Así, Felipe II ofreció un premio en 1567 a quien resolviera el problema de la determinación de la longitud en el mar. Posteriormente, Felipe III hizo lo propio en 1598. Años después Holanda se unió a este esfuerzo, ya en 1636.

Fig. 12 Prototipos creados por John Harrison para resolver el problema de la longitud geográfica en el mar. De izquierda a derecha: H1 (1736) y H2 (1741) regulados por péndulos de gravedad insensibles al balanceo de los barcos. H3 (1750) regulado por volante de inercia y espiral elástico recuperador. H4 (1760) morfológicamente parecido al anterior y miniaturizado, considerado como el primer cronómetro de marina de la historia. http://www.youtube.com/watch?v=bcABUUlE-Zo

Pero fue el relojero John Harrison (1696-1773) quien resolvió el problema, diseñando maquinarias impulsadas por resortes arrollados en espiral y reguladas por sistemas insensibles al balanceo de los barcos. El genial relojero diseñó cuatro prototipos entre los años 1735 y 1760. Las pruebas que se hicieron con los prototipos de Harrison fueron exitosas. El H4 se retrasó tan solo 5 segundos tras ochenta días de navegación y en 1773 el rey Jorge III concedió a Harrison el premio de 20.000 libras que tenía establecido para quien lograra un método exacto y fiable para determinar la posición de los barcos en alta mar.

Sin duda, los avances en relojería de Harrison y otros relojeros, influyeron decisivamente en la hegemonía marítima de ciertos países y determinaron el curso de la historia en los siglos XVII y XVIII.

Oscilador electromecánico

Tanto los circuitos oscilantes como los osciladores electromecánicos son dispositivos que permiten regular con eficiencia y economía las maquinarias de los relojes. Su aparición data de los primeros años del S.XX y durante décadas han sido una alternativa importante en la relojería tradicional. El más renombrado ha sido el Bulova, comercializado en los años sesenta. Su funcionamiento puede verse siguiendo el vínculo de la Fig. 13; Su empleo ha caído

en desuso por la fuerte competencia de las maquinarias de cuarzo, mucho más baratas y exactas.

Fig. 13 Reloj de pulsera Bulova Accutron.
http://www.electric-clocks.nl/clocks/animations/AnimationT-Bulova.htm

Escape

Es la parte más importante y delicada del reloj mecánico, donde el movimiento de rotación se convierte en oscilatorio, pudiendo considerarse como el corazón del reloj. Esta parte de la maquinaria es la que más innovaciones y sofisticaciones ha experimentado, siempre en pos de lograr una mayor exactitud. Los autores hemos optado por confiar a la imagen la exposición de este apartado.

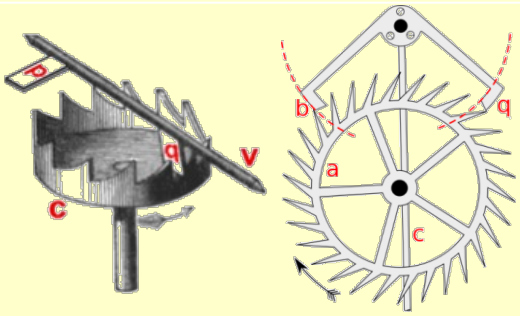


Fig. 14 (Izda): Escape de paletas. El giro de la rueda de escape empuja alternativamente las paletas **p** y **q.**
http://medireltiempo.blogspot.com.es/2013/01/escape-de-paletas.html
http://www.youtube.com/watch?v=H40-epwBjho
Fig. 15 (Dcha): Escape de áncora. Cuando el péndulo **c** está desplazado a la derecha **b** detiene a la rueda de escape. Al oscilar el péndulo hacia la izquierda **b** libera la rueda y esta empuja al áncora en el punto **q** para luego repetir el ciclo.
http://www.youtube.com/watch?v=z_7rE8afFfo
http://www.youtube.com/watch?v=heAS0L1jANs

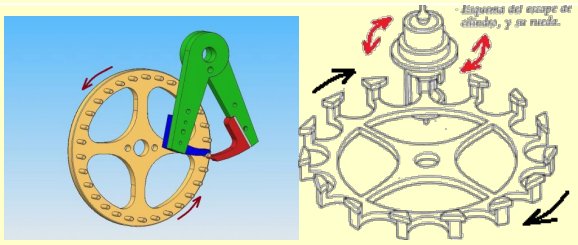


Fig. 16 (izda) Escape de clavijas. Al girar la rueda de escape, las clavijas empujan alternativamente los extremos biselados (azul y ocre) de la tijereta.
http://www.youtube.com/watch?v=LesVa6mApWo
Fig. 17 (dcha) Escape de cilindro**.** En cada oscilación del volante la oquedad del eje recibe un diente de la rueda de escape. En el siguiente semiperíodo libera dicho diente reteniendo al volver a la posición inicial recibe al siguiente diente, repitiendo el ciclo.
http://www.youtube.com/watch?v=n2ZdzgCmr3E

Engranajes

Por regla general, los relojes mecánicos tienen una rueda motriz en forma de barrilete en el que se arrolla la cuerda de la que pende la pesa o bien contiene en su interior el muelle elástico arrollado en espiral. Los relojes medievales tenían dos ruedas multiplicadoras además de la motriz y la de escape. Ello limitaba la autonomía a poco más de 24 horas y debían ser cargados a diario, como ventaja, se minimizaban las inevitables resistencias propias de los materiales de que estaban construidos. A finales del S. XVIII aparecen relojes cuya autonomía alcanza las dos semanas; ello se consigue incorporando una tercera rueda al tren multiplicador (fig. 18).

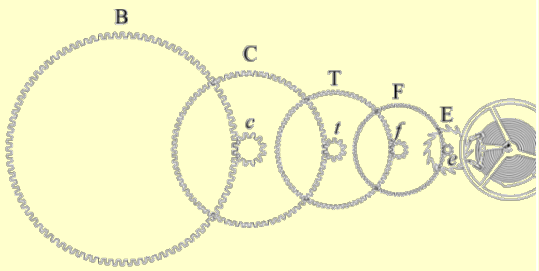


Fig. 18 Tren de engranajes típico de un reloj mecánico**. B** Barrilete o rueda motriz. **C** Rueda primera. **T** Rueda segunda. **F** Rueda tercera. **E** Rueda de escape. **c, t, f** y **e** son los piñones de las respectivas ruedas.
http://www.youtube.com/watch?v=uGcoIue1Bs8

El tren de engranajes es distinto en los relojes de cuerda 1 día que en los de cuerda 7 o 15 días. En los primeros, la rueda primera **C** es la minutera, esto es, da una vuelta completa por cada hora mientras que en los segundos la rueda minutera es la segunda (Este es el caso de las maquinarias francesas de los S.

XVIII y XIX, denominadas "París" por los relojeros). En ambos casos, la rueda minutera ocupa el centro de la platina (y por tanto de la esfera), razón por la que también se denomina *central*. La construcción de los engranajes se basa en dos realidades: A) El piñón y la corona de una rueda tienen igual velocidad angular. B) Los bordes engranados de dos ruedas contiguas tienen igual velocidad tangencial.

Fijémonos en la Fig. 18 y sean **B**, **C**, **T**, **F** y **E** el número de dientes de las coronas de las ruedas y **c**, **t**, **f** y **e** el número de dientes de los respectivos piñones. Los cocientes B/c; C/t; T/f y F/e serán los factores de multiplicación de cada engrane, o lo que es lo mismo, el número de vueltas que da el piñón impulsado por cada vuelta dada por la corona impulsora. En consecuencia, el factor multiplicativo total sería **BCTF/ctfe**.

Supongamos ahora una maquinaria cuyos valores son:

B=72; **C**=80; **T**=75; **F**=80; **E=15** y **c**=12; **t**=10; **f**=10; **e**=8

El factor multiplicativo total sería:

72.80.75.80/12.10.10.8 = 3600

Es decir, la rueda de escape da 3600 vueltas por cada vuelta de la rueda motriz.

El diseño de los engranajes se hace tomando como referencia la rueda minutera, cuya velocidad angular deberá ser $2\pi/3600\ s^{-1}$ En la mayoría de los relojes mecánicos modernos (Fig. 12), la rueda segunda **C** es la minutera y la cuarta **F** es la segundera, esto significa que el factor multiplicativo del conjunto es:

CT/tf = 80.75/10.10 = 60

Es decir, la rueda cuarta da 60 vueltas mientras la segunda da una sola. La rueda tercera actúa como multiplicadora y como inversora, haciendo que la minutera y la segundera giren en igual sentido. Puesto que la rueda minutera efectúa 60 vueltas a la hora, el número de oscilaciones que efectuará el volante en una hora será:

CTFE/tfe=80.75.80.15/10.10.8=9000

Finalmente, se puede calcular la autonomía del reloj sin más que contar el número de vueltas que es preciso dar a la llave de carga hasta que esta sea completa. Por regla general suele ser 5,5. Si multiplicamos esta cifra por el cociente **B/c** tendremos el número de vueltas que da la rueda minutera hasta agotar la carga, es decir, el número de horas de autonomía del reloj. En el ejemplo propuesto:

Autonomía = 5,5. 72/12 = 33 horas

El reloj de la Universidad de Valladolid

Reseña histórica

El reloj histórico de la Universidad de Valladolid es el tercero de los que han contado las horas de esta institución académica. El primero de ellos fue construido en Valladolid en el año 1579 por Juan del Pedregal, un herrero afamado como hombre culto y entendido en las técnicas metalúrgicas así como en el conocimiento de los números. Se le impuso la condición de que fuera de mayor porte que el de los jesuitas y más ostentoso que el que ya poseía la Universidad de Salamanca. Se mantuvo en funcionamiento algo más de 250 años hasta que por su desgaste, fue sustituido por otro nuevo. Hubo un segundo reloj, construido por el relojero de la villa D. Miguel Sanz en el año 1788 que rigió las entradas y salidas de clase durante 81 años.

Los avances técnicos y el progreso de la ciudad durante el siglo XIX propiciaron que el claustro se planteara dotar a la Universidad de un reloj más preciso y de mejor funcionamiento, que emulara al reloj inglés ya instalado en la vecina Catedral (Este último fue restaurado por el prof. Ramiro Merino en 1995). Esto hizo que se encargara al relojero D. Ignacio Neugart la adquisición de uno nuevo, para que fuera instalado en la nueva torre del reloj, construida al efecto, en la esquina de la plaza de la Universidad con la calle Librería (aún hoy puede contemplarse el campanario de hierro de forja que sostiene la que fuera campana de las horas). Esto sucedió en los primeros meses del año 1859, desconociéndose el año exacto de su fabricación en la ciudad francesa de Morez. Expertos consultados datan su fabricación hacia el año 1855.

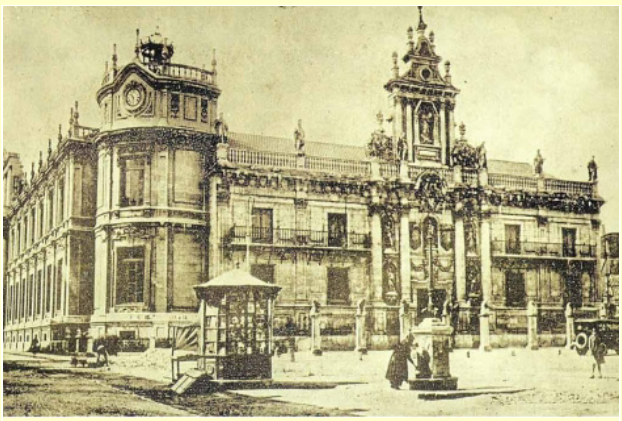


Fig.19 El reloj histórico de la Universidad de Valladolid hacia 1940 (apréciese la "salvaje" restauración que sufrió la fachada de la c. Librería en los años 50).
http://www.youtube.com/watch?v=SpcxAO80nuc

Es este último reloj el que ha sido objeto de restauración por parte del Prof. D. Ramiro Merino de la Fuente, gracias al apoyo técnico, logístico y económico de la Fundación Cartif, presidida por el Prof. Emérito D. José Ramón Perán González. (Hoy puede contemplarse en el patio del Colegio de Santa Cruz)

Proceso de restauración

El paso de los años no perdonó a este reloj, y ya hacia el año 1960 el deterioro de sus engranajes era importante. Esto, unido a la reforma de la fachada de la Universidad del año 1970, hizo que fuera retirado de su ubicación, permaneciendo oculto en el bajo cubierta del edificio que da fachada a la calle Librería. Allí permaneció cubierto de polvo y herrumbre hasta 1996, año en el que fue trasladado a la exposición conmemorativa del 4º centenario de la concesión del título de ciudad, otorgado por Felipe III a Valladolid. Finalizada la misma, fue depositado en las dependencias de la Unidad Técnica junto al rio Esgueva hasta mediados del año 2010, en el que se le traslada a las instalaciones de la Fundación Cartif en el P.T. de Boecillo, para proceder a su restauración.

Dado el lamentable estado en que se encontraba, fue preciso reconstruir piezas desaparecidas o muy deterioradas, pulir ejes, ajustar cojinetes y reconstruir la esfera así como el banco de sustentación de la maquinaria.

En la restauración de un reloj antiguo se presenta siempre el compromiso entre fidelidad y modernidad. Si lo que se desea es que el reloj se mantenga tal y como fue construido, nos encontraremos con el problema de su insuficiente precisión en el tiempo actual y de la excesiva dependencia impuesta por su mantenimiento: Baste decir que, al no poder ser instalado en su ubicación anterior por causa de la reforma de la fachada del edificio histórico de la UVA y estar colocado a nivel del suelo en el patio del Palacio de Santa Cruz, se requeriría subir las pesas 4 veces al día como mínimo. Por otro lado, si se instalara un sistema convencional de subida motorizada nos encontraríamos con la necesidad de modificar la maquinaria para incorporar un sistema de cadeneta continua con ruedas locas. Esto haría al reloj irreconocible y perdería su valor histórico.

Por añadidura, el péndulo es de vara metálica simple y debido a ello, sensible a las elongaciones térmicas. Por lo tanto, la marcha del reloj sería bastante irregular, llegando a parecer impreciso dentro de los cánones actuales. Cambiar dicho vástago por otro más moderno falsearía uno de sus elementos más importantes y con ello, el reloj en sí mismo.

Se optó en consecuencia por diseñar un dispositivo automático anejo cuyo fin fuera conseguir recuperar en su plenitud un reloj del siglo XIX sin ocultar que se ha restaurado en el siglo XXI, y dotado de la precisión de un reloj actual. Para ello los retos determinantes han fueron:

a) Emular el remontado a mano de las pesas de movimiento y sonerías.
b) Sostener la marcha durante el remontado.
c) Sostener la invariancia del periodo de oscilación del péndulo independientemente de la temperatura y otras variables interferentes y modificantes del mismo.

Emulación del remontado manual

Esto se ha conseguido mediante la utilización de un motoreductor eléctrico dotado de un electroembrague, y gobernado por un variador de posición gestionado por un autómata programable encargado de suministrarle las consignas de posición en función del estado actual. Como sensores externos se ha utilizado un sensor continuo de posición por cada pesa correspondiente, uno para el movimiento y dos para las sonerías.

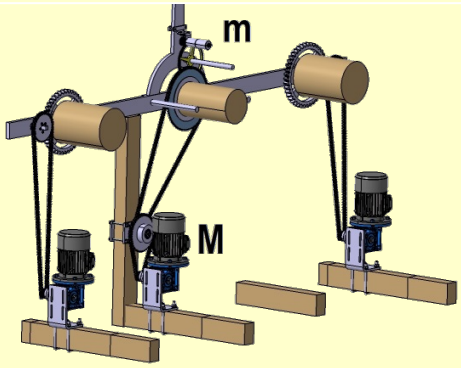


Fig 20 Sistema automático de carga de las pesas. Al descender la pesa a su mínima cota se activa el motor de elevación de la pesa **M**. Mientras se produce la carga de la pesa, el motor auxiliar **m** mantiene la maquinaria en movimiento.

Existen dos problemas graves en la motorización de un reloj de este tipo: uno es el freno mecánico que supone el reductor del motor cuando el reloj está en funcionamiento, debido a que este queda unido al tambor en el que se arroya el cable del que pende la pesa, y el otro es que al detenerse el motor cuando la pesa alcanza su nivel superior, el peso de la misma le hace retroceder, produciéndose un choque de los trinquetes del tambor contra los dientes de sierra del mismo, hecho este muy destructivo que termina originando daños graves a la maquinaria.

Al mandar la subida con un control de posición, se varia la consigna de forma programada, se realiza la detención al final de la carrera y luego, a marcha muy lenta, se invierte el movimiento hasta que los trinquetes se apoyan suavemente sobre los dientes de retención del tambor correspondiente.

Al ser un autómata el que establece la consigna al variador, se tiene en cuenta si hay orden de subir otra pesa, si se están tocando campanadas en ese momento, y si excepcionalmente se hubiera sobrepasado la altura máxima permitida,

posibilitando diferir retardar, o detener el proceso como la haría un relojero que manualmente realizase esta operación en ese momento.

El electroembrague permite desacoplar todo el sistema motorizado del reloj y por ello no se perturba en modo alguno la maquinaria. Además, el movimiento puede ser transmitido por una cadenilla auxiliar sobre un piñón postizo que pasa desapercibido en el contexto de la estructura.

Sostenimiento de marcha durante el remontado

Subir una pesa de movimiento tiene como consecuencia que el par motor aplicado al reloj desaparece y el reloj se para. Para evitarlo se idearon los tambores dobles unidos por un resorte. Se actúa sobre uno, pero el otro sigue sosteniendo el movimiento hasta la descarga del resorte. Antes de que ello suceda, se ha subido la pesa y el comportamiento vuelve a ser el normal. Para emular este funcionamiento en la restauración de este reloj, se ha dispuesto un micromotorreductor eléctrico de C.C. engranado permanentemente mediante un piñón libre a la rueda tercera del movimiento. Cuando la pesa sube, el motor trabaja y arrastra al escape del reloj y cuando la pesa se abandona a su caída, esta arrastra a la rueda libre sin que ningún par se superponga ni afecte a la marcha de la maquinaria.

Regulación de la invariancia del periodo de oscilación

En la ecuación del periodo de oscilación del péndulo simple, vemos que este depende de su longitud y de la aceleración de la gravedad. Si en relojería solo se podía actuar sobre la longitud de formas ingeniosas y sofisticadas, en nuestro caso optamos por actuar sobre el vector fuerza gravitatoria, bien sobre su componente vertical como sobre la horizontal. Por razones de tipo práctico hemos optado por la actuación vertical.

La implementación de este procedimiento consiste en incorporar un imán polarizado axialmente en el extremo inferior del eje del péndulo complementado con una bobina situada debajo del mismo. Si el reloj atrasa, se hace circular corriente continua por la bobina, que atrae al péndulo con una fuerza que se suma a la fuerza gravitatoria y logra la disminución del periodo de oscilación del péndulo. Si el reloj adelanta, se invierte la corriente y el efecto es el contrario.

Para saber si el reloj adelanta o retrasa se dispone un sensor de proximidad sobre la dentadura de la rueda tercera del reloj. Se determinó previamente el número de dientes exactos que deben pasar por delante del sensor en cada hora, por lo que solo con un contador implementado en el autómata de control podemos saber la hora exacta que tiene el reloj, y de su comparación con el reloj interno del autómata, podemos conocer el adelanto o retraso correspondiente y así alimentar con la corriente polarizada adecuada, la bobina de control de marcha.

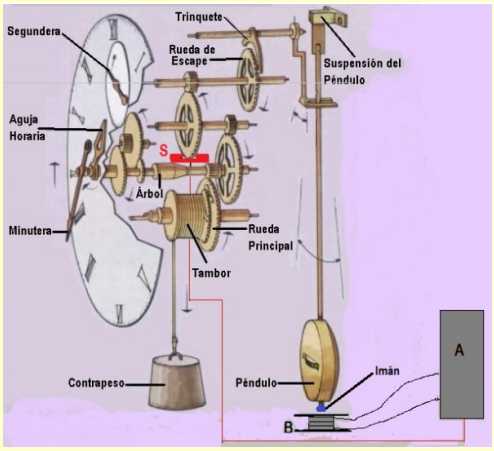


Fig. 20 Sistema de regulación de la marcha**. S** Sensor de control de la velocidad angular de la rueda tercera. **A** Autómata. **B** Bobina.

Fig. 21 El reloj de la U.Va. en su emplazamiento actual.

Vídeo sobre la restauración del reloj histórico de la Universidad de Valladolid
http://www.youtube.com/watch?v=6N0Lp12ROf0

Agradecimientos

Debemos reconocer que la complejidad de la restauración del reloj histórico de la Universidad de Valladolid no podría haber sido superada sin la colaboración de muchas personas y de varias instituciones a las que manifestamos desde estas líneas nuestro agradecimiento y en especial a:

- Vicerrectorado de Patrimonio de la UVA
- Fundación Cartif
- Taller de Arte Tradicional Serem

PARA SABER MÁS

Valdés, M.A. y Goddio, A.S. (1999) "Relojes de sol en el Antiguo Egipto" *Rev. Analema* nº 25 http://www.relojesdesol.info/node/945

Asociación de Amigos de los Relojes de Sol http://www.relojesdesol.info/
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/roemer/roemer.htm#Procedimiento de Roemer
http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/roemer/roemer.htm#Incremento del periodo observado de Io

Inforeloj (2005) "Glosario de relojería" http://www.inforeloj.com/spa/item/ent.html

Bosschieter, J.E. (2000) "La historia del desarrollo de los relojes eléctricos" *Federatie van Klokkenvrienden* http://www.electric-clocks.nl/clocks/es/index.htm

Samper, R. (2011) "El balancín" *Foro de Relojes* http://www.foroderelojes.es/showthread.php/35560-El-balanc%C3%ADn

Cómo funciona el reloj mecánico?
Wikipedia "El reloj de pulsera" http://es.wikipedia.org/wiki/Reloj_de_pulsera
http://relojes.paramañana.es/index.html

La medida del tiempo II: Relojes modernos

J. Mariano Merino de la Fuente
Catedrático de Didáctica de las Ciencias Experimentales. Universidad de Valladolid

Desde su invención a mediados del S. XVII hasta bien entrado el S. XX, los relojes de péndulo han proporcionado la máxima precisión posible en las medidas del tiempo. Gracias a ellos han sido posibles importantes avances en Astronomía, Física, Química y otras ciencias. A comienzos del S. XIX los relojes de volante, más pequeños y portátiles, mejoraron sus prestaciones y compitieron con los de péndulo. En la última década de este siglo se incorporan los sistemas eléctricos de impulsión que proporcionaron más autonomía y regularidad a los relojes mecánicos. Todo ello ha sido tratado en un artículo precedente. Es en los años treinta del S. XX cuando aparecen los relojes de oscilador electrónico y poco después los de cuarzo. Finalmente, en los años sesenta, aparecen los relojes atómicos. Todos estos nuevos dispositivos ofrecen una exactitud y fiabilidad que los hace imbatibles frente a los relojes clásicos, lo que unido al bajo costo de los nuevos relojes, ha supuesto un rápido proceso de extinción de los relojes mecánicos, similar a lo que sucedió en nuestro planeta hace unos 60 millones de años. Hoy la profesión de relojero ha desaparecido casi por completo y los pocos maestros de este noble oficio que aún quedan son tan solo los mantenedores del rico, eso sí, patrimonio relojero de muchos museos, instituciones públicas y particulares caprichosos o nostálgicos de un pasado sin duda esplendoroso.

Relojes de cuarzo

El reloj de cuarzo es un reloj electrónico que se caracteriza por poseer una pieza de material piezoeléctrico que sirve para generar los impulsos necesarios a intervalos regulares, que permitirán la medición del tiempo. El cuarzo se talla habitualmente en forma de lámina y se introduce en un cilindro metálico. Éste tiene por función la protección del mineral. Para que vibre el cristal de cuarzo, debe ser alimentado por un campo eléctrico oscilante generado por un circuito electrónico.

El cuarzo hace el papel de regulador y estabilizador de la frecuencia, lo que servirá finalmente para dar una medida del tiempo. La vibración de la lámina producida por el circuito genera una señal eléctrica de la misma frecuencia. Esta nueva onda realimenta el circuito electrónico, corrigiéndose las desviaciones de frecuencia que pudieran producirse respecto a su valor nominal. La frecuencia natural de oscilación de un cristal de cuarzo depende tanto de su forma como de su tamaño por lo que puede ser seleccionada por el fabricante.

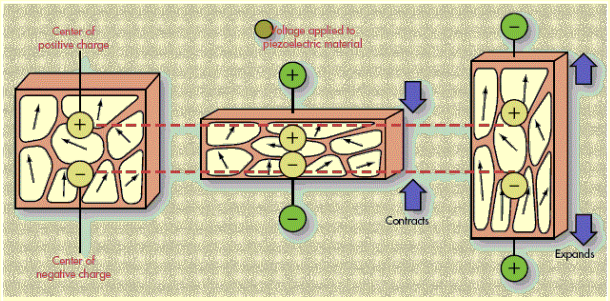


Fig. 1 Cuando un cristal de cuarzo piezoeléctrico es comprimido o expandido, genera una diferencia de potencial y, viceversa, al serle aplicada una diferencia de potencial alterna, este se contrae y expande rítmicamente. Si la frecuencia del potencial eléctrico alterno coincide con la frecuencia natural de vibración del material piezoeléctrico, se da una resonancia manifestada como una amplificación de las oscilaciones.

Revista de Ciencias, 4, 22-27, abril 2014
ISSN: 2255-5943

Es de señalar que los relojes de cuarzo no son siempre digitales, siendo también muy habituales los relojes de cuarzo con mecanismo de agujas. En este caso, las vibraciones del cuarzo se convierten en giro de los engranajes mecánicos por un procedimiento similar al de los relojes de oscilador electrónico (ver el artículo precedente).

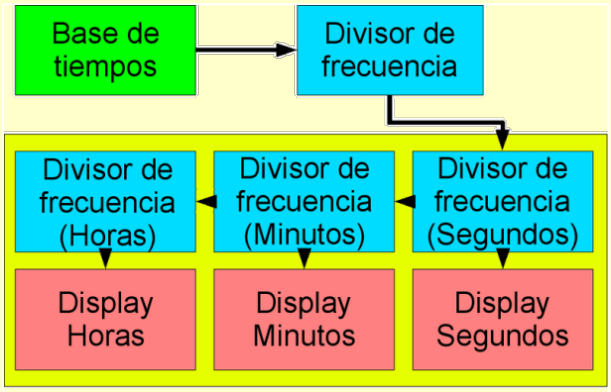


Fig. 2 Esquema de un reloj de cuarzo con pantalla digital.

Relojes atómicos

La medida del tiempo se ha hecho tradicionalmente por comparación del tiempo objeto de medida con el número de ciclos u oscilaciones del patrón de tiempo propio del ingenio relojero usado para tal fin. Así, el número de vueltas dado al reloj de arena, el volumen de agua vertido por la clepsidra, el número de oscilaciones efectuadas por el péndulo o el avance de las manecillas (proporcional al número de oscilaciones efectuadas por el volante) proporcionan la medida de la magnitud. Todo esto requiere que el patrón de tiempo del reloj sea lo más estable posible, siendo ello determinante para su exactitud.

Ciertamente, a lo largo de los siglos se han arbitrado soluciones tan variadas como ingeniosas, algunas de las cuales se han expuesto en un artículo precedente, para lograr la máxima estabilidad del patrón de tiempo de los relojes mecánicos. No menos cierto es que la aparición de los osciladores electrónicos y de cuarzo piezoeléctrico han supuesto una extraordinaria mejora en la exactitud y fiabilidad de los relojes.

A mediados del S. XX aparecen los relojes atómicos, en los que la base de tiempo es la oscilación de una molécula o de un átomo entre dos de sus estados energéticos. Estos lo hacen en ciertas condiciones mediante un dispositivo denominado MASER (*microwave amplified by stimulated emission of radiation*). Cuando una molécula o un átomo se hallan en un estado energético adecuado y pasan cerca de una onda electromagnética, ésta puede inducirles a emitir energía en forma de otra radiación electromagnética con la misma longitud de onda que refuerza la onda de paso y desencadena una cascada de fenómenos que llevan a aumentar mucho la intensidad del impulso original.

En un principio (1949) se utilizó la resonancia magnética molecular del amoníaco lográndose exactitudes comparables a los relojes de cuarzo, ya existentes por entonces.

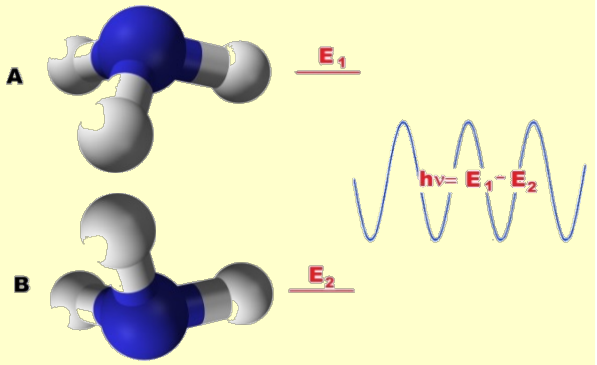


Fig. 3 La estructura piramidal de la molécula de amoníaco motiva que, al ser excitada por una radiación del rango de microondas, esta experimenta transiciones entre las formas A y B, reemitiendo la misma frecuencia con absoluta estabilidad: 2.387013×10^{10} Hz.

Pocos años después (1955) se construyó el primer reloj basado en las oscilaciones de la transición hiperfina del electrón $6s^1$ del ^{133}Cs, fueron sus artífices Louis Essen y John V.L Parry. La precisión alcanzada con este tipo de reloj atómico es tan elevada que admite únicamente un error de un segundo en 30.000 años. El reloj más preciso del mundo se encuentra en el Observatorio de París, su exactitud es tal que tardaría 52 millones de años para desfasarse un segundo; Ello significa que si ese reloj hubiera comenzado a funcionar el día en que desapareció el último dinosaurio y hubiera mantenido su marcha ininterrumpidamente hasta hoy, habría experimentado una variación de ± 1 s.

En el año 1967 los relojes atómicos basados en cesio habían conseguido fiabilidad suficiente como para que la Oficina Internacional de Pesas y Medidas eligiera la frecuencia de vibración atómica de los dispositivos creados y perfeccionados por Essen como nuevo patrón base para la definición de la unidad de tiempo físico. Según este patrón, un segundo se corresponde con 9.192.731.770 ciclos de la radiación asociada a la transición hiperfina del isótopo de cesio 133 en su estado fundamental. Actualmente existen relojes de Rubidio y también de Hidrógeno.

El cesio pertenece a la familia de los elementos alcalinos. Su elevado radio atómico de $3{,}34 \times 10^{-10}$ m

comparado con su radio nuclear de 6,1 x 10^{-15} m (es decir, 55.000 veces más grande el primero que el segundo) y la estructura de gas noble que hay por debajo de su único electrón de valencia motivan que la atracción nuclear sobre él sea muy débil no solo por la relación de tamaños sino también por el fuerte efecto de pantalla que ejercen los numerosos electrones de las capas interiores. Así lo revela su escaso potencial de ionización (3,9 eV), es decir, dicho electrón podría ser arrancado por un fotón ultravioleta de esa energía.

El átomo de cesio posee un momento magnético nuclear de valor 7/2 y su electrón solitario $6s^1$ lo tiene de valor ½. Los restantes electrones se encuentran en capas completas y no contribuyen al momento magnético cortical.

Los átomos de cesio pueden tener un spin global igual a 7/2+1/2 o bien 7/2-1/2 y ello no supone diferencias energéticas entre ambos, pero si estos son sometidos a un campo magnético externo experimentan un desdoblamiento de niveles (efecto de Zeeman) como el esquematizado en la fig. 4. La diferencia de energías entre ambos niveles se sitúa en los 0,000038 eV, correspondiente al rango de las microondas.

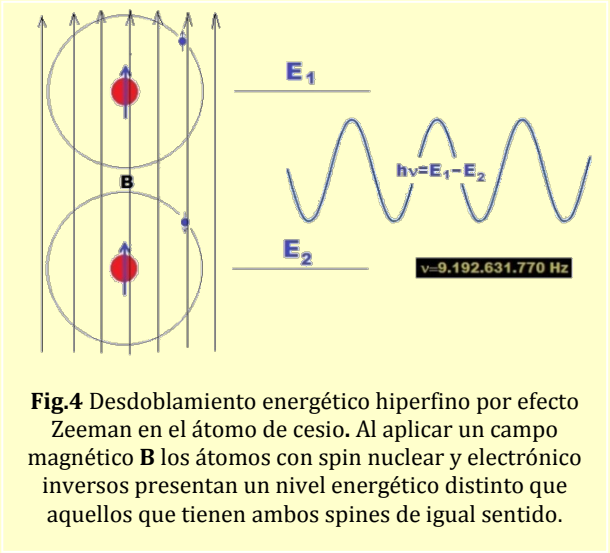


Fig.4 Desdoblamiento energético hiperfino por efecto Zeeman en el átomo de cesio**.** Al aplicar un campo magnético **B** los átomos con spin nuclear y electrónico inversos presentan un nivel energético distinto que aquellos que tienen ambos spines de igual sentido.

El reloj de cesio consta de un generador a 370 K que vaporiza átomos de una placa de cesio (fig. 5). Los átomos de cesio así vaporizados tienen una excesiva energía cinética y son "frenados" mediante rayos laser concurrentes: Los fotones impactan contra los átomos deteniéndolos en un proceso similar al frenado de un balón de fútbol chutado, cuando se dirige sobre él, en sentido contrario a su movimiento, el agua proyectada por una manguera.

Tras separar los átomos rápidos de los lentos por procedimiento magnético, estos últimos pasan a la cavidad resonante. Allí son irradiados con microondas generadas por un oscilador electrónico y provocan la emisión de la frecuencia correspondiente a las transiciones expresadas en la Fig. 4.

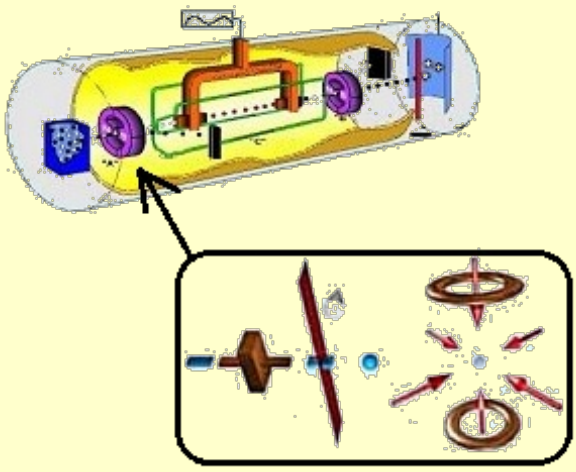


Fig. 5 Esquema de un reloj de cesio. Los átomos rápidos son detenidos por láseres y pasan a la cámara de resonancia. Allí son irradiados con microondas generadas por un oscilador. Los átomos se excitan y relajan emitiendo una frecuencia ultraestable de 9.192.631.770 Hz.

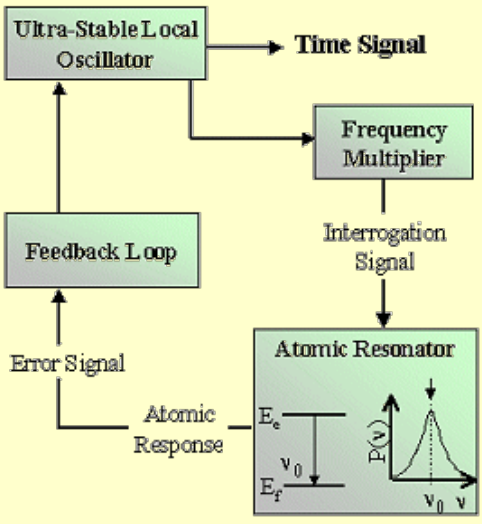


Fig. 6 Esquema del funcionamiento de un reloj atómico. El multiplicador de frecuencia inyecta la radiación excitadora en el resonador atómico. La frecuencia emitida por los átomos es reinyectada en el oscilador. Cuando se produce el acoplo entre los osciladores electrónico y atómico, la frecuencia es ultraestable. Parte de la misma es extraída y convertida en señal de tiempo.

El dispositivo funciona correctamente cuando se produce la sintonía entre la frecuencia del oscilador local y la frecuencia propia de relajación atómica.

Por tanto, el verdadero reloj es el oscilador electrónico y los átomos de cesio actúan como reguladores de la frecuencia, un papel análogo al que desempeña el péndulo o el volante en los antiguos relojes mecánicos.

Sistemas de situación GPS y los relojes atómicos

La precisión extrema que proporcionan los relojes atómicos en la medida del tiempo ha permitido realizar avances científicos importantes, como comprobar la Teoría General de la Relatividad http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/relativ/airtim.html#c3 determinar las variaciones en las frecuencias de los pulsares http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/astro/pulsar.html#c2 y otras determinaciones astronómicas relevantes. También tienen aplicaciones en la navegación aérea, en el mundo de las finanzas, establecimiento de la hora mundial; dicha hora es accesible a cualquier individuo desde el ordenador, el teléfono, centralita meteorológica, etc.

Relojes atómicos y ciencia: El Sistema GPS

Una de las principales aplicaciones de los relojes atómicos es el sistema de posición geográfica GPS *(Global Positioning System)*. Dicho sistema tiene carácter universal, siendo accesible en principio, a cualquier individuo del planeta. El sistema permite conocer la situación en cualquier punto geográfico utilizando, al menos, tres satélites de referencia (triangulación).

Triangulación

Para que ello sea posible, se ha de poder medir la distancia a cada uno de dichos satélites con gran precisión y los satélites han de estar en posiciones estables perfectamente conocidas. Supongamos, por ejemplo, que se está en un punto desconocido del espacio y se dispone de tres satélites de referencia en el entorno (Fig. 7).

Si se mide la distancia al primero de ellos y dicha distancia resulta ser D_1=11.000 millas, podremos decir que estamos en algún punto de la esfera cuyo centro ocupa dicho satélite y cuyo radio es la distancia medida. Si a continuación se determina la distancia al segundo satélite, resultando ser D_2=12.000 millas, podremos decir que nos encontramos en algún punto de la circunferencia determinada por el corte de la esfera anteriormente citada y una segunda cuyo centro estaría ocupado por el segundo satélite y cuyo radio sería 12.000 millas. Si, finalmente, se determina la distancia al tercer satélite, resultando ser D_3=13.000 millas, podremos decir que nos encontramos en uno de los dos puntos resultantes del corte de las tres esferas. Así pues, con referencia a los tres satélites del ejemplo, sólo puede haber dos puntos del espacio que disten 11.000 millas del primero, 12.000 millas del segundo y 13.000 millas del tercero.
Dado que la finalidad del sistema GPS es determinar la situación en la superficie terrestre, los instrumentos están diseñados para descartar uno de los dos puntos obtenidos, por encontrarse siempre alejado de la Tierra.

Así pues, la determinación GPS requiere el cumplimiento estricto de dos condiciones:

A) Conocimiento exacto en tiempo real de las posiciones de los satélites de referencia.
B) Determinación precisa de la distancia a cada uno de ellos.

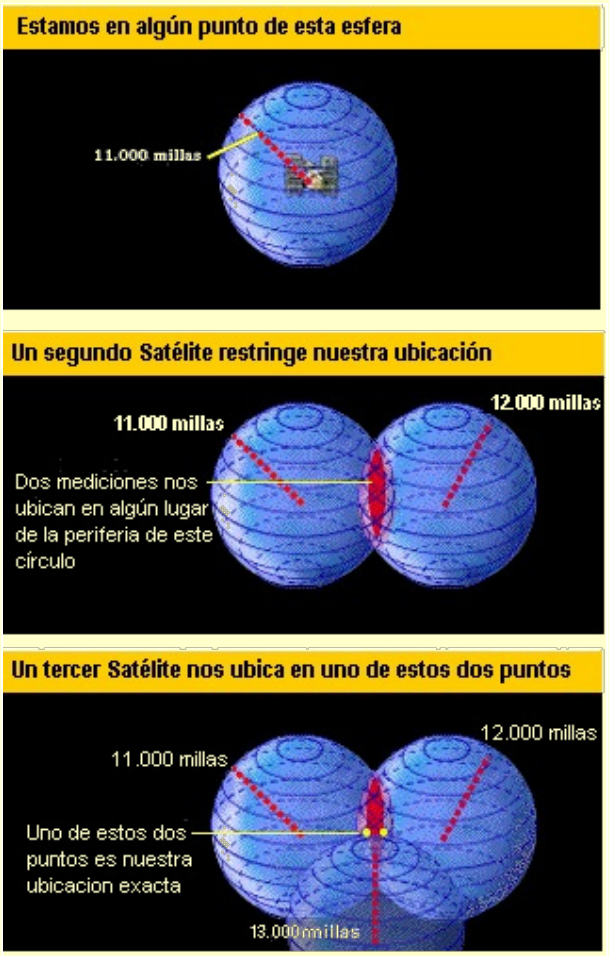


Fig. 7 Esquema de la triangulación. Si se determina la distancia exacta a tres puntos de referencia en el espacio puede conocerse la posición geográfica.

Establecimiento de referencias

Los satélites GPS orbitan a unos 20 km de la superficie terrestre. A esta altura no hay atmósfera ni accidente alguno que perturbe su trayectoria. El Departamento de Defensa de EEUU colocó los satélites GPS en órbitas muy precisas y de forma constante monitorea su altura, velocidad y posición en cada momento. Por otro lado hasta el más humilde navegador GPS posee en su memoria un almanaque que le permite "saber" qué posición ocupa cada satélite referencial en cada momento.

Pese a que se trata de órbitas muy lejanas y por tanto muy estables, la influencia gravitacional de la Luna y del Sol, así como la presión de la radiación solar modifican ligeramente la trayectoria de estos satélites. Con ayuda de eficacísimos radares se determina la posición exacta de los satélites, dicha información es enviada a los mismos satélites y de esta forma ellos incluyen su nueva posición corregida en las señales GPS que emiten.

Pero aún hay más problemas que afectan a la referencia. Las señales de los satélites deben atravesar la baja atmósfera con un cierto ángulo disminuyendo su velocidad y refractándose y, ya en la superficie terrestre, pueden rebotar hasta varias veces antes de ser captadas por nuestro navegador GPS. Todo ello es motivo de imprecisiones en el resultado de la triangulación.

Aún más, si los tres satélites captados por nuestro GPS están demasiado juntos, de manera que las trayectorias rectas a cada uno forman ángulos agudos, la triangulación será más inexacta que si dichos satélites están más separados y las líneas rectas aludidas forman ángulos casi rectos. Ciertamente, son numerosos los satélites que orbitan en torno al planeta y los buenos GPS seleccionan automáticamente aquellos que permiten obtener las más exactas posiciones.

Finalmente, el Departamento de Defensa de EEUU introduce cierto "ruido" en las señales satelitales que se traducen en errores intencionados en la obtención de la posición. Esto se hace para evitar que ciertos países o grupos terroristas considerados peligrosos puedan disponer de armas certeras (los receptores de uso militar disponen de un código para eliminar este *ruido).*

Medición de distancias a los satélites

Se basa en una idea muy simple: Si se conoce el tiempo que tarda la señal en llegar al receptor desde que es emitida (Δt), puede saberse a qué distancia está el satélite.

$$D=c.\,\Delta t \quad (c=3.10^{8} ms^{-1})$$

Es en este momento cuando el reloj atómico, con su elevadísima exactitud, hace posible este aparente milagro. Los satélites van equipados con relojes de cesio exactísimos y bastaría que el receptor dispusiera de otro reloj de igual exactitud, sincronizado con el satélite, esto es, el satélite y el receptor generarían pulsos absolutamente isócronos. Entonces, la señal recibida por el receptor estaría retrasada t segundos respecto de la que dicho receptor genera. Esa medida de tiempo permitiría determinar la distancia al satélite.

Corrección de errores

Pero, claro está, nadie se cree que un receptor GPS que ha costado unos pocos cientos de euros puede albergar en su interior un costosísimo reloj de cesio. ¿Cómo se ha resuelto este problema? La idea es realmente brillante: *Si tres mediciones muy exactas permiten obtener una posición precisa, esto mismo se puede lograr con cuatro mediciones menos exactas*. Por tanto, la clave está en medir la distancia a un cuarto satélite.

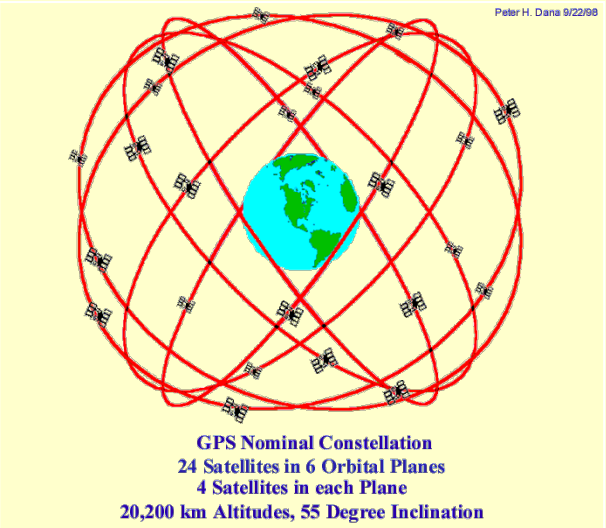


Fig. 8 Esquema representativo del Sistema Global GPS formado por 24 satélites cubriendo la totalidad de la superficie terrestre.

Si todo fuera perfecto, es decir, si el reloj de nuestro receptor GPS tuviera un reloj tan exacto como los de los satélites, la triangulación sería perfecta y la cuarta esfera imaginaria de radio D_4 cortaría a las otras tres en el punto ocupado por el receptor en la superficie terrestre. Al no ser así, el resultado de la triangulación 1-2-3 ha proporcionado un punto que no coincide con la posición real del receptor. Entonces, la computadora de nuestro GPS detecta la discrepancia atribuyéndola a una sincronización imperfecta con la hora universal y buscará un factor de corrección único que, siendo aplicado a sus

mediciones de tiempo, hará que los rangos coincidan en un solo punto. Una vez que el receptor de GPS aplica dicha corrección al resto de sus mediciones, obtenemos un posicionamiento preciso, todo funciona como si tuviésemos un reloj atómico en la mano.

Una consecuencia de este principio es que cualquier GPS debe ser capaz de sintonizar al menos cuatro satélites de manera simultánea. En la práctica, casi todos los GPS en venta actualmente, acceden a más de 6, y hasta a 12, satélites simultáneamente; Cada satélite emite, junto con las señales GPS, una segunda señal que contiene un complicado código aleatorio formado por una sucesión de 1 y 0. Dicho código es el "carnet de identidad" del satélite. Su complejidad hace muy improbable que el receptor confunda accidentalmente la señal GPS con alguna otra o que no distinga entre uno u otro satélite.

Fig. 9 El código de identificación de un satélite GPS es una larga y compleja serie binaria, única para cada satélite y diferente de todos los demás.

La romántica estampa del marino que pilotaba su nave observando las estrellas ha dado paso al procedimiento GPS, mucho más tecnificado y eficiente. Tanto la navegación como la telefonía, las finanzas, la ciencia y, en general, nuestra vida cotidiana dependen del *timing* que con extraordinaria exactitud proporcionan los relojes atómicos.

PARA SABER MÁS

M.A.S.E.R.
Townes, C.H. (1964) "Production of coherent radiation by atoms and molecules"
http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1964/townes-lecture.pdf

Relojes atómicos
http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbasees/acloc.html

GPS
http://gutovnik.com/como_func_sist_gps.htm
http://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/gps/gps_f.html

Llega la revolución de la educación: los MOOC

Álvaro Cuéllar
Alumno del Grado en Física

¿Has soñado con estudiar en las mejores universidades del mundo? ¿Quieres recibir clases de los profesores con más reconocimiento a nivel internacional? Ya es posible gracias a los MOOC, *Massive Open Online Courses*, traducido al español como Cursos en Línea Masivos y Abiertos.

Introducción

Harvard, MIT, Stanford, Yale… las universidades más prestigiosas abren sus puertas a través de plataformas online completamente gratuitas.

Desde asignaturas de Ingeniería, Física y Química hasta cursos de Bellas Artes, Derecho e Historia. Los Mooc se consolidan como una nueva fuente de conocimiento, una gran oportunidad al alcance de todos. Numerosos educadores a lo largo del planeta no dudan en elogiar la enorme revolución que suponen, se trata de un paso más para conseguir una educación universal de calidad.

Lo único que necesitas es un ordenador, conexión a Internet y saber un poco de inglés, si no lo dominas no te preocupes, la mayoría de los cursos contienen subtítulos en varios idiomas incluyendo español.

Figura 1. Logotipo universal de la educación MOOC. Autor: Elliot Lepers.

¿Cómo funcionan?

El sistema es realmente sencillo. Como cualquier curso normal, tiene fecha de inicio, programa, deberes, exámenes parciales y exámenes finales. Todo ello controlado y dirigido por la universidad ofertante de forma gratuita.

Empezamos apuntándonos en el curso que nos interese. Debemos tener en cuenta la fecha de inicio y la duración para poder cursarlo semana a semana, pues la entrega de los trabajos suele tener una fecha límite y los exámenes una fecha concreta.

Si no nos hemos inscrito a tiempo no importa, no podremos obtener el título final pero podremos acceder a todo el contenido del curso, con las soluciones a todos los problemas y exámenes.
Llegamos al punto más importante de los MOOC: el contenido.

La gran diferencia con otras propuestas online y cursos a distancia es el contenido que ofrece. No se trata de extensos archivos de texto y libros recomendados que has de memorizar sin motivación alguna. Se trata de auténticas clases de estas universidades, grabadas una por una en video de excelente calidad y sonido. Puedes recibir exactamente la misma educación que los alumnos de Harvard, con los mismos profesores y pizarras.
Además de las clases, cuentas con libros gratuitos y ejercicios resueltos así como videos de apoyo, todo ello con la ventaja de poder ver el contenido a tu ritmo, pudiendo parar y repetir las clases.

Revista de Ciencias, 4, 28-31, abril 2014
ISSN: 2255-5943

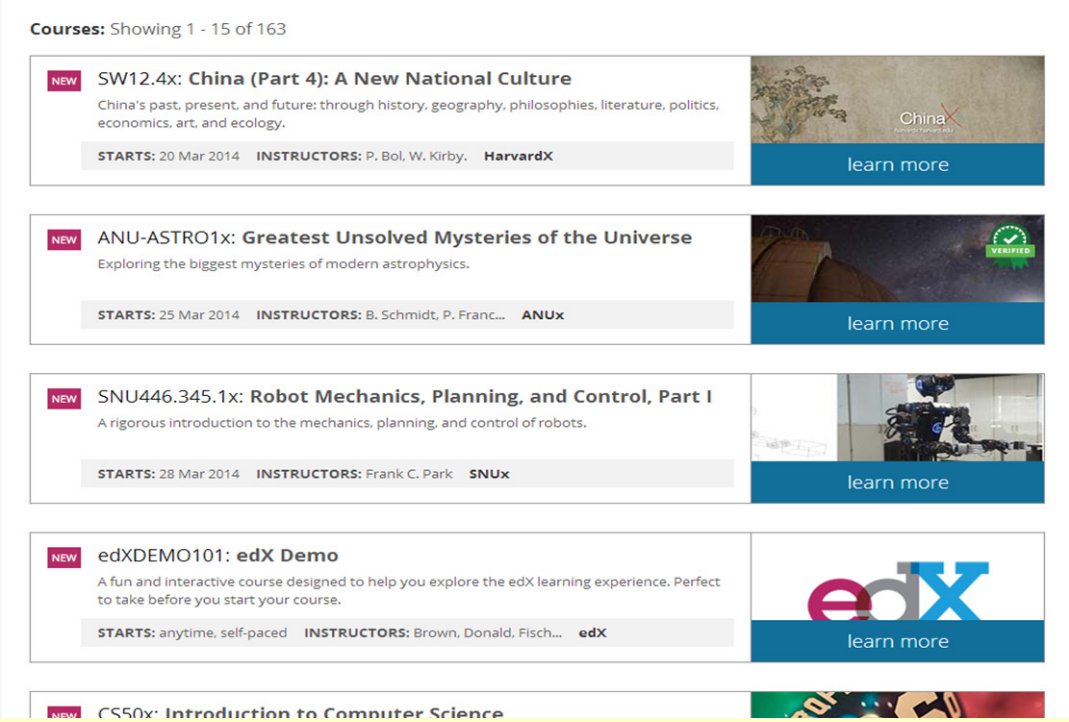


Figura 2. Lista de cursos ofrecidos por la plataforma EDX
https://www.edx.org/course-list

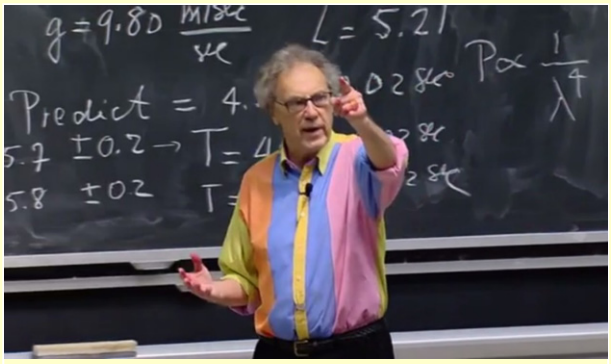


Figura 3. Walter Lewin en una de sus clases míticas en MIT. Para ver el archivo del curso visita: https://www.edx.org/course/mitx/mitx-8-01x-classical-mechanics-853

Uno de los aspectos más interesantes es el foro del curso. Anant Agarwalr profesor del MIT y uno de los mayores impulsores de la educación MOOC mostraba en una conferencia su preocupación ante la imposibilidad de contestar miles de dudas procedentes de estudiantes de todas partes del mundo. Su sorpresa fue mayúscula cuando se dio cuenta de que no era necesaria la colaboración de decenas y decenas de profesores contestando preguntas, eran los propios alumnos los que se ayudaban unos a otros.

"A los pocos segundos de que Christopher de Argentina preguntara como variaba el número de protones en una determinada desintegración, Charly de Londres ya le había respondido. La respuesta no era muy clara así que Xiu Yao de China la completó, y yo como profesor solo tuve que leerlo y decir: That's ok!"

Figura 4. Ejemplo de título expedido por Harvard desde la plataforma EDX para el curso Introduction to Computer Science. Para ver las estadísticas del curso y los resultados a través de su profesor visita https://blog.cs50.net/

Finalmente, si conseguimos completar el curso con éxito podremos recibir un título acreditando nuestro logro firmado por la Universidad y por la plataforma utilizada. En estos momentos la obtención de estos

títulos es completamente gratuita pero se están barajando distintas opciones para que por una pequeña suma de dinero (100$) nuestro título tenga una validez todavía mayor mediante procesos de autentificación.

Ejemplo de curso MOOC

Para ejemplificar el fenómeno MOOC vamos a tomar uno de los cursos más famosos ofertado todos los años por la plataforma EDX. Se trata de un curso de extrema calidad y cada año decenas de miles de estudiantes se inscriben en él.

CS50x: Introduction to Computer Science EDX

Figura 5. Acceso al curso

Accede al curso:
https://www.edx.org/course/harvardx/harvardx-cs50x-introduction-computer-1022

Profesor: David J. Malan
Universidad: Harvard
Sin día de inicio
Esfuerzo estimado: 9 colecciones de problemas (10-20 horas cada), 1 proyecto final
Prerrequisitos: Ninguno

Se trata de un curso introductorio en ciencia computacional ofertado por la prestigiosa universidad de Harvard. Cursarlo en condiciones normales costaría varios miles de dólares. Este MOOC en particular no tiene día de inicio, todo el material está subido a la página web y puedes disponer de él durante todo 2014. De la misma manera cada set de problemas será corregido por profesores de la Universidad independientemente de la fecha en la que lo envíes.

El objetivo del curso consiste que el alumno desarrolle competencias en el universo de la computación, desde creación de programas básicos hasta el entendimiento de algoritmos de empresas de marketing.

Nada más embarcarnos en el curso nos encontramos con el magnífico y carismático profesor Malan impartiendo sus clases en un auditorio abarrotado de estudiantes. Enseguida percibimos la gran preparación que tienen sus ponencias: como si de una obra de teatro se tratase se pasea por el escenario rompiendo guías telefónicas y sacando voluntarios para enseñar el código binario o como inicializar un programa.

El curso tiene 9 set de problemas a entregar y un proyecto final a tu elección, si consigues superar los requisitos de calificación obtendrás tu título.

Figura 6. David J. Malan, profesor titular del curso *Introduction to Computer Science* de Harvard. Para conocer su trayectoria visita http://cs.harvard.edu/malan/

Plataformas

Existen diversas plataformas a través de las cuales podemos acceder a los cursos, las más importantes son:

Coursera www.coursera.org

Nacida en octubre de 2011 y desarrollada por académicos de la Universidad de Stanford con el fin de brindar una oferta de educación masiva a la población mundial. Cuenta con cursos en inglés y otros idiomas como el español, francés, italiano y chino. Coursera ofrece cursos gratis de temas variados a niveles universitarios pero abiertos a todos los sectores de la población.

EDX www.edx.org

Fundada por el Instituto Tecnológico de Massachusetts y la Universidad de Harvard en Mayo de 2012 para hospedar cursos online de nivel universitarios de un amplio rango de disciplinas para todo el mundo sin costos para propiciar la investigación y el aprendizaje. EdX tiene cerca de 1.6 millones de usuarios. Cada una de estas dos instituciones contribuye con $30 millones de recursos para este proyecto sin ánimo de lucro

Miríada X www.miriadax.net

Tiene su origen a principios del año 2013 por el Banco Santander y Telefónica, a través de la Red Universia y Telefónica Learning Services. Ofrece cursos en línea masivos en abiertos de forma gratuita y apta para cualquier usuario interesado en el contenido del mismo.

En su primer aniversario, el 21 de noviembre de 2013, Miríada X había contado con la participación de 28 universidades de seis países iberoamericanos: Argentina, Colombia, España, Perú, Puerto Rico y República Dominicana; 730 profesores y 96 cursos impartidos.

Su éxito la ha llevado a convertirse en una plataforma de formación online de referencia no solo a nivel español sino también europeo, en el que más de un 35% de los MOOCs provienen de universidades españolas.

Cincuenta años de la Olimpiada Matemática Española (OME)

Francisco Bellot Rosado
Miembro de la Comisión de Olimpiadas de la RSME
Cesáreo Jesús González Fernández
Delegado de la RSME para la OME en la Universidad de Valladolid

El presente curso académico 2013-14 se celebra la quincuagésima edición de la competición de Matemáticas para estudiantes preuniversitarios más antigua de España, y la de mayor nivel académico: la Olimpiada Matemática Española (OME en lo sucesivo), que organiza la Real Sociedad Matemática Española (RSME). Se articula en dos rondas: la fase local, en cada una de las Universidades públicas de nuestro país, de la que salen tres ganadores; y de entre ellos pasan a la prueba final de la fase nacional 77 estudiantes de las 17 Comunidades Autónomas y las dos ciudades autónomas (Ceuta y Melilla).

Presentación de la Olimpiada Matemática Española

Es un hecho fácilmente comprobable que un número muy elevado de los actuales Profesores Universitarios de Matemáticas han estado, en una u otra medida, relacionados con la Olimpiada. Algunos han sido ganadores, tanto a nivel local como nacional; otros han sido participantes. Tanto unos como otros comparten su gusto por las matemáticas y tal vez también el reto que supone intentar resolver un problema (mucho mejor si el enunciado es atractivo) de Matemáticas Elementales, que no es lo mismo que un problema elemental de Matemáticas.

Desde 1989 la Real Sociedad Matemática Española tiene un convenio suscrito con el Ministerio de Educación para garantizar la presencia de España en las competiciones internacionales: La Olimpiada Matemática Internacional (IMO) y la Iberoamericana (OIM). Sería muy largo relatar aquí las vicisitudes afrontadas por la OME en estos 50 años.

Por lo que a la Universidad de Valladolid se refiere, la fase local se desarrolla en los 4 campus (Valladolid, Palencia, Segovia y Soria) que realizan la prueba el mismo día y a la misma hora. Previamente, y con la financiación del Vicerrectorado, se organizan Seminarios de preparación para los alumnos interesados en aprender técnicas de resolución de problemas y estrategias adecuadas para conseguir encontrar esas soluciones.

Para finalizar esta presentación de los problemas propuestos en la fase local de Valladolid en enero de 2014, recordemos algunos datos del palmarés de los estudiantes de Valladolid en la Fase Nacional de la Olimpiada, desde 1988: 13 medallas de oro, 7 de plata y 16 de bronce.

A continuación se presentan los problemas planteados en la edición del presente año.

Revista de Ciencias, 4, 32-35, abril 2014
ISSN: 2255-5943

PROBLEMA 1

Los lados de un triángulo son 1, k, k^2. Calcular los valores de k para los que el triángulo es rectángulo.

Observaciones: propuesto por el Tribunal local de Valladolid. Origen del problema: Olimpiada de Chile 2009.

Solución

El caso $k=1$ hay que descartarlo, porque el triángulo sería equilátero.

Los dos casos posibles para k distinto de 1 (según que k < 1 ó k>1) conducen, aplicando el teorema de Pitágoras, a sendas ecuaciones bicuadráticas de las que se obtienen las soluciones:

$$\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} \text{ y } \sqrt{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}.$$

———— • ————

PROBLEMA 2

Hallar las soluciones enteras de la ecuación: $x^4 + y^4 = 3x^3y$

Observaciones: propuesto por la Real Sociedad Matemática Española. Se publicará en su página web de Olimpiadas.

Solución del Prof. Jorge Mozo, Univ. de Valladolid, miembro del Tribunal.

Solución

Observemos dos cosas:

1) Si (x,y) es una solución real, y a es un número real, (ax,ay) también es solución, por ser la ecuación homogénea.
2) Si (x,y) es una solución y una de las componentes es nula, lo es la otra.

Así, supongamos que (x,y) es una solución entera con las dos componentes no nulas. Si d = mcd(x,y), entonces (x/d , y/d) es también solución, con lo que podemos suponer que la pareja x,y no tiene factores comunes. Como x divide a x^4 y a $3x^3y$, debe dividir a y^4, y en consecuencia, x divide a y. Análogamente, y divide a y^4 y a $3x^3y$, con lo que y divide a x^4 y por tanto y divide a x. Como no tienen factores comunes, esto solamente es posible si tanto x como y son +1 ó -1. Pero esto no es posible, dado que, en tal caso, $x^4 + y^4 = 2$ mientras que $3x^3y$ es +3 ó -3.

En conclusión, la única solución es (x,y) = (0,0).

———— • ————

PROBLEMA 3

En el triángulo ABC, de incentro I, la circunferencia inscrita es tangente al lado BC en T. La recta por T paralela a AI corta de nuevo a la circunferencia inscrita en S. La tangente en S a la circunferencia inscrita corta a AC en B' y a AB en C'.

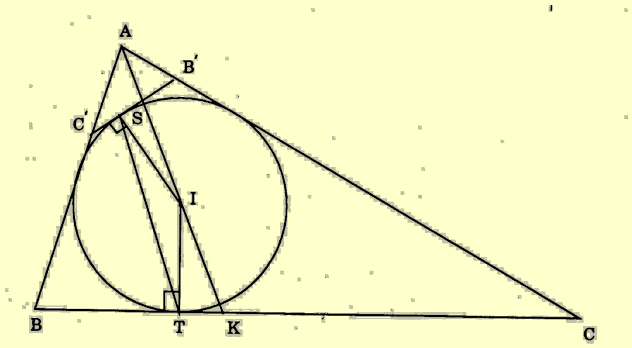
Demostrar que los triángulos ABC y AB'C' son semejantes.

Observaciones: propuesto por el Tribunal local de Valladolid. Origen del problema: Olimpiada de la India 1997.

Solución de Mª Ascensión López Chamorro, Catedrática jubilada del IES "Leopoldo Cano" de Valladolid.

Solución

Obsérvese la figura adjunta:



Consideremos una simetría axial cuyo eje es la bisectriz AI. Teniendo en cuenta la igualdad de los ángulos SIA y TIK, el simétrico de S es precisamente el punto de la circunferencia inscrita diametralmente opuesto a T. Esto quiere decir que la tangente B'C' se transforma en la tangente a la circunferencia inscrita en el punto diametralmente opuesto a T; dicho de otra forma, B' se transforma en B_1, C' se transforma en C_1, y B_1C_1 es paralela a BC, con lo que el triángulo AB_1C_1 es obviamente semejante a ABC. Pero AB_1C_1 y AB'C' son triángulos congruentes (iguales), con lo que se concluye.

———— • ————

PROBLEMA 4

Demostrar que la suma de los cubos de tres números naturales consecutivos es múltiplo de 9.

Observaciones: propuesto por el Tribunal local de Valladolid.

Solución

Sean *n-1, n y n+1* los tres naturales consecutivos. Debemos probar que

$$(n-1)^3+ n^3 +(n+1)^3$$

es múltiplo de 9. Desarrollando y simplificando, esa suma vale

$$3n^3+6n = 3n(n^2+ 2).$$

Si n es múltiplo de 3, ese producto es múltiplo de 9.

Si *n* no es múltiplo de 3, será de la forma *n = 3k+1 ó 3k-1.* Entonces n^2 será de la forma $9k^2 + 1 + 6k$ ó bien $9k^2 + 1 – 6k$. Cuando se calcula $n^2 + 2$, se obtiene una expresión en la que aparece el factor común 3 que necesitamos.

———— • ————

PROBLEMA 5

Encontrar las tres últimas cifras de 7^{2014}

Observaciones: propuesto por la Real Sociedad Matemática Española. Se publicará en su página web de Olimpiadas.

Solución

Las tres últimas cifras de 7^4 son 401. Multiplicando sucesivamente por 7^4 tenemos:

Potencia	Últimas cifras
7^4	401
7^8	801
7^{12}	201
7^{16}	601
7^{20}	001
7^{24}	401

Puesto que $7^{2014} = 7^2.7^{2012} = 7^2.7^{503.4}$, resulta que las tres últimas cifras de 7^{2012} son 201, ya que 503 da resto 3 al dividirlo por 5 (5 es el período de la tabla y 3 corresponde a la tercera entrada de la tabla). Por lo tanto las tres últimas cifras de 7^{2014} son las tres últimas cifras del producto 49.201, es decir, 849.

———— • ————

PROBLEMA 6

Se tienen 10 objetos, cuyos pesos son enteros positivos. Ninguno de esos pesos es mayor que 10, y la suma de todos los pesos es 20. Demostrar que siempre es posible dividir los objetos en dos grupos que se equilibren cuando ambos grupos se colocan en los dos platillos de una balanza.

Observaciones: propuesto por el Tribunal local de Valladolid. Origen del problema: Olimpiada de la India 1998.

Solución

Sean $a_1,a_2,\ldots,a_{10}$ los pesos de los diez objetos, que suponemos en orden decreciente:

$$10 \geq a_1 \geq a_2 \geq \cdots \geq a_{10} \geq 1,$$

con $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 20$.

Para cada $i, 1 \leq i \leq 9$, definimos $S_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_i$. Consideramos los 11 números siguientes:

$$0, S_1, S_2, \cdots, S_9, a_1 - a_{10}.$$

Estos 11 números son no negativos y verifican:

$$0 \le a_1 - a_{10} < 10,$$

y $1 < S_i < 20$ para $1 \le i \le 9$.

Consideremos los restos cuando esos 11 números se dividen entre 10: al ser 11 números y 10 posibles restos, el principio del palomar asegura que al menos dos de esos números dan el mismo resto. Entonces podemos considerar los siguientes casos:

a) Para algún j, S_j da resto 0, es decir, S_j es múltiplo de 10. Como $1<S_j<20$, la única posibilidad es que $S_j = 10$. En este caso, los dos grupos equilibrados son $\{a_1, \cdots, a_j\}$ y $\{a_{j+1}, \cdots, a_{10}\}$.

b) Supongamos que $a_1 - a_{10}$ es múltiplo de 10. En este caso, ya que $0 \le a_1 - a_{10} < 10$, esto obliga a que $a_1 - a_{10} = 0$, lo cual a su vez implica que todos los pesos son iguales a 2 para que la suma sea 20. En este caso, cualquier grupo de 5 objetos se equilibra con el grupo formado por los restantes 5.

c) Supongamos que para ciertos j,k, con $j < k$, S_j y S_k dan el mismo resto, es decir $S_k - S_j$ es múltiplo de 10. Nuevamente, debido a que $0 < S_k - S_j < 20$, debe ser $S_k - S_j = 10$, es decir, $a_k + a_{k+1} + \cdots + a_{j+1} = 10$ y tenemos dos grupos equilibrados.

d) Supongamos que $a_1 - a_{10}$ y S_j (para algún j) dan el mismo resto. En este caso $S_j - (a_1 - a_{10})$ es múltiplo de 10. Igual que en el caso anterior, esto implica que $S_j - (a_1 - a_{10}) = 10 \Leftrightarrow a_2 + a_3 + \cdots + a_j + a_{10} = 10$ y los grupos equilibrados son $\{a_2, a_3, \cdots, a_j, a_0\}$ y su complementario.

Por lo tanto, en todos los casos se pueden distribuir los 10 objetos en dos grupos equilibrados.

PARA SABER MÁS

Real Sociedad Matemática Española (RSME): http://www.rsme.es/

XXV Olimpiada Española de Física

Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid

Sección Local de Valladolid
Real Sociedad Española de Física

Universidad de Valladolid

UVa Facultad de Ciencias

Junta de Castilla y León

José Carlos Cobos Hernández
Presidente de la Comisión Local Organizadora (2014) de la Fase del Distrito Universitario de Valladolid

Este año 2014 se celebra la vigésimo quinta edición [XXV] de la Olimpiada Española de Física ([OEF] en lo sucesivo), que es la competición de física para estudiantes preuniversitarios más antigua y de mayor nivel académico que se celebra en España. La organiza la Real Sociedad Española de Física [RSEF], por encargo del Ministerio de Educación; que, a su vez, confía a sus diferentes Secciones Locales [RSEF] el que, en colaboración con las autoridades educativas de las diferentes Comunidades Autónomas y las dos ciudades de Ceuta y Melilla, junto con los Rectorados de las diferentes universidades públicas que imparten docencia presencial en nuestro país, lleven a buen término todo el proceso administrativo y de selección de competidores.

Organización general de la [OEF]

La [OEF] se organiza por ello en tres rondas consecutivas, en cada una de las cuales la selección de los competidores y la exigencia académica alcanza un mayor nivel. En primer lugar está la llamada Fase Local, que se realiza en cada una de las 47 universidades públicas presenciales, en donde se seleccionan los tres ganadores que forman el Equipo Titular que representará a dicha universidad en la siguiente ronda. En segundo lugar se realiza la Fase Nacional, donde los 141 estudiantes de esas 47 universidades compiten para seleccionar los estudiantes que representarán a España en las dos competiciones internacionales (la tercera ronda) a las que acudimos. Los 5 primeros clasificados en la Fase Nacional participan en la Olimpiada Internacional de Física [IPhO] –este año se celebrará la XLV edición, que tendrá lugar del 13 al 21 de julio del 2014 en Astaná (Kazajistán)–, mientras que los clasificados entre el 6º y el 9º puesto participan en la Olimpiada Iberoamericana de Física [OIbF] –este año se celebrará la XIX edición, que tendrá lugar en Asunción (Paraguay), en septiembre de 2014–, constituyendo ambas la Fase Internacional de la Olimpiada Española de Física.

Revista de Ciencias, 4, 36-47, abril 2014
ISSN: 2255-5943

Presentación de la Fase Local en el Distrito Universitario de Valladolid de la XXV edición de la [OEF]

La Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid 2014 de la XXV [OEF], tuvo lugar el pasado viernes 14 de marzo de 2014, a partir de las 16 horas, en cada uno de los Campus (Palencia, Segovia, Soria y Valladolid) que la forman. Durante 4 horas los participantes tuvieron que resolver las pruebas que se les plantearon, cuyos enunciados y sus correspondientes soluciones se presentan en la siguiente sección de este artículo.

Es muy importante destacar que dichas pruebas son siempre originales (son ejercicios propuestos por los profesores de enseñanza secundaria y universidad que forman la Comisión Local Organizadora de la

Fase Local), y que el espíritu y la filosofía que se sigue en la preparación de las mismas consiste en intentan mantener un estilo cultural y didáctico más que en proponer un simple problema convencional de física, adecuado al nivel de los estudiantes que van a competir (2º curso de bachillerato).

En esta edición 2014 han participado 101 competidores (80 chicos y 21 chicas), procedentes de 22 Centros de Enseñanza Secundaria (17 Institutos [IES] y 5 Colegios). Es de hacer notar que ha aumentado significativamente, respecto de ediciones anteriores, tanto el número de Centros participantes como el número de competidores, así como que poco a poco aumenta el número de alumnos de la provincia de Palencia. En particular, debe destacarse que el ganador absoluto de esta edición es un alumno del I.E.S. "Alonso Berruguete" de Palencia (D. Edgar Díez Alonso); así como, que es especialmente reseñable el resultado alcanzado por el estudiante del I.E.S. "Zorrilla" de Valladolid, D. Pablo Vivero García, que a pesar de tener una extrema minusvalía física alcanzó el 4º puesto (formando parte del Equipo suplente de la UVa).

Los tres miembros del Equipo Titular que representaron al Distrito Universitario de Valladolid en la en la Fase Nacional de la XXV [OEF], los centros donde estudian y sus profesores tutores, fueron los siguientes:

1º.- D. Edgar Díez Alonso. I.E.S. "Alonso Berruguete" (Palencia). Prof. tutor: D. Alfonso Sangrador Lechón
2º.- D. Daniel Muñoz Segovia. I.E.S. "Ribera de Castilla" (Valladolid). Prof. tutora: Dª. Rosa María Nicolás Medina
3º.- D. Adrián Vaquero García. I.E.S. "La Albuera" (Segovia). Prof. tutora: Dª. Lucía Agudo Hernangómez

La Ceremonia de Entrega de Premios tuvo lugar el jueves 20 de marzo de 2014, a las 17:30 horas, en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias, durante la cual los seis primeros clasificados en la Fase Local recibieron un diploma y algunos obsequios regalados por el Vicerrectorado de Estudiantes de la Universidad de Valladolid. Asimismo, sus respectivos profesores tutores recibieron otro diploma de reconocimiento de la ejemplar labor de formación y promoción de la Ciencia que realizan. Previamente a la entrega de premios y Diplomas, el Profesor de la Universidad de Valladolid y Presidente de la Sección Local de Valladolid de la Real Sociedad Española de Física, Prof. Dr. D. José Carlos Cobos Hernández, Catedrático de Física Aplicada, impartió una Conferencia titulada: "Ave et Vale (Hola y Adiós)", en la que comentó las pruebas y resultados de este año y repasó los hechos más notables de las 25 ediciones celebradas de la Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid de la [OEF].

Ganadores de la fase Local, con las autoridades académicas que presidieron el Acto: La vicerrectora de Docencia y Estudiantes, el Decano de la facultad de Ciencias (centro) y el Presidente de la Comisión Local Organizadora y autor del presente artículo (2º izda).

Presentación de la Fase Nacional de la XXV edición de la Olimpiada Española de Física [OEF]

Durante el período del 4 al 7 de abril de 2014 se celebró en La Coruña la Fase Nacional de la XXV [OEF], organizada por la Universidade da Coruña, con la colaboración del Ayuntamiento y de la Diputación de A Coruña y de la Consejería de Educación y Ordenación Universitaria de la Xunta de Galicia.

Como no podía ser de otra manera en una ciudad costera como La Coruña, los competidores tuvieron que resolver varias pruebas teóricas dedicadas al estudio de las "Olas de altura en Galicia" (prueba nº 1), "Las mareas oceánicas" (prueba nº 2) y "¡Y se hizo la luz!" (prueba nº 3), junto con la correspondiente prueba experimental, dedicada al estudio de la "Difracción de luz en un hilo".

Dos de los representantes del Equipo Titular del Distrito de Valladolid han conseguido premio. Uno de ellos, D. Daniel Muñoz Segovia, estudiante del I.E.S. "Ribera de Castilla" de Valladolid, ha conseguido esta vez una Medalla de Plata (en la edición del año pasado ya consiguió una medalla de bronce), habiendo alcanzado el puesto nº 12 en la clasificación; mientras que otro, D. Adrián Vaquero García, del I.E.S. "La Albuera" de Segovia, ha conseguido una Mención de Honor.

Por otra parte, es importante que en la Fase Nacional se haya concedido el Premio en el "Concurso al mejor problema de las Fases Locales" a uno de los que se propusieron en la Fase Local del Distrito Universitario de Valladolid. En concreto, se ha otorgado el premio a la prueba titulada: "De lo que hablaban una central hidroeléctrica y una clepsidra" (propuesto por el Prof. D. José Luis Orantes, Catedrático del I.E.S. "Zorrilla" de Valladolid).

Cabe destacar que el "Concurso al mejor problema de las Fases Locales" de las Olimpiadas Españolas de Física se lleva celebrando desde la edición de 2006 (XVII [OEF], que se celebró en Teruel); es decir, se ha concedido hasta ahora en 9 ocasiones. Y que, la Fase Local del Distrito de Valladolid ha ganado el concurso en dos de ellas, pues además de la de este año, ganamos el Concurso del año 2009, con una prueba titulada "Concurso Aerostático", que también propuso el Prof. D. José Luis Orantes. Esta prueba de 2009 fue publicada en la Revista Española de Física, Vol. 23 [2] en abril–junio (2009), pp. 64.

Para finalizar, debe destacarse que tanto la UVa como la Dirección General de Innovación Educativa y Formación del Profesorado, de la Consejería de Educación de la Junta de Castilla y León, han financiado los gastos que se originan en estas pruebas. Instituciones a las que agradecemos de corazón el interés que ponen en potenciar las mismas, como forma de promocionar la Ciencia entre los estudiantes de enseñanza secundaria.

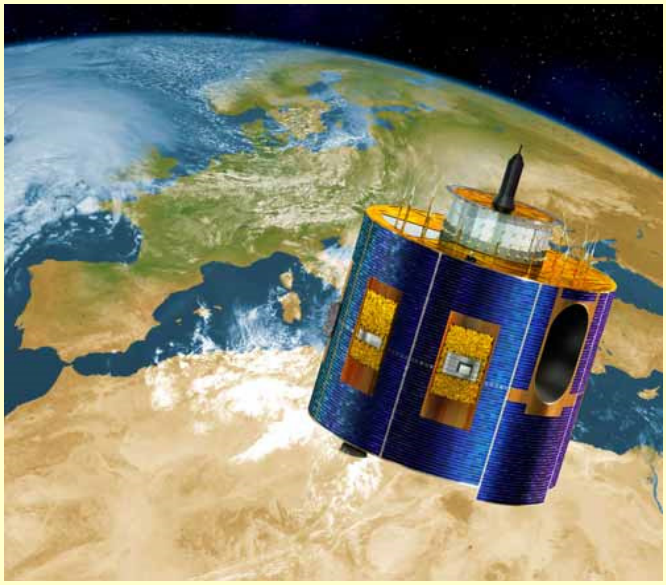
PRUEBA nº 1

Eppur si muove

("¡Y sin embargo, se mueve!", Galileo Galilei 1564-1642)

Autor**: Abel Calle Montes,** Prof. Titular de Univ. Dpto. de Física Aplicada. UVa

Una maniobra habitual para desplazar un satélite, en órbita geoestacionaria a la Tierra, entre dos longitudes geográficas consiste en subir o bajar su órbita, mediante un empuje instantáneo, y colocarlo de nuevo en la órbita original una vez realizado el desplazamiento. De esta forma se ahorra combustible al realizar solamente dos empujes (primer movimiento y posterior recolocación) entre dos órbitas estables no propulsadas.



Siguiendo este procedimiento, el Meteosat–5 fue desplazado para su colocación cercana a la India, entre su posición original, en *standby*, de longitud 10ºW hasta la longitud de 63ºE, sobre el océano Indico, en una maniobra que duró 124 días (entre el 14 de enero y el 18 de mayo de 1998): Experimento INDOEX.

Determinar:

- **a)** El radio de la órbita geoestacionaria.
- **b)** Razonar si el radio de la órbita se debe aumentar o disminuir, respecto del caso geoestacionario, según se busque que el desplazamiento del satélite sea hacia el Este o hacia el Oeste.
- **c)** El cambio en el radio de la órbita para que se pueda efectuar la maniobra descrita.
- **d)** La velocidad del punto subsatélite (la proyección vertical del satélite sobre la superficie de la Tierra) y la velocidad del satélite respecto al centro de la Tierra, mientras se producía el desplazamiento.

Constantes Físicas y datos numéricos:

Constante de gravitación universal:	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 / kg^2}$
Masa de la Tierra:	$M_{\mathrm{T}} = 5,972 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$
Radio medio de la Tierra:	$R_{\mathrm{T}} = 6378\ \mathrm{km} = 6,378 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}$

Nota de aclaración: en el enunciado se menciona que el paso de una órbita (la geoestacionaria) a la de traslación se realiza mediante un impulso instantáneo; cabe destacar, sin embargo, que esta maniobra duró 12 horas, aproximadamente en cada uno de los movimientos, de ascenso y descenso.

Solución

(a) El radio de la órbita geoestacionaria: Consideraremos, como aproximación en el resto del problema, que el satélite en órbita geoestacionaria tiene un periodo de rotación alrededor de la Tierra equivalente a un día solar medio (T_T = 86400 s), en lugar del real, que corresponde a un día sidéreo ($T_{T,real}$ = 86164 s).

Aplicando las ecuaciones habituales que se utilizan en estos casos, se tiene que:

$$\left.\begin{array}{l} m_{\text{sat}} \cdot \dfrac{\text{v}_{\text{sat}}^2}{r} = m_{\text{sat}} \cdot \omega_{\text{sat}}^2 \cdot r_{\text{sat}} = G \cdot \dfrac{M_T \cdot m_{\text{sat}}}{r_{\text{sat}}^2} \\ \text{geoestacionario} \Rightarrow \omega_{\text{sat}}^{\text{geo}} = \omega_{\text{T}} = \dfrac{2 \cdot \pi}{T_{\text{T}}} \\ T_{\text{T}} = 86.400 \text{ s} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \omega_{\text{sat}}^{\text{geo}} = \omega_{\text{T}} = \dfrac{2 \cdot \pi}{T_{\text{T}}} = 7,2722 \times 10^{-5} \text{ rad/s} \\ r_{\text{sat,geo}} = \sqrt[3]{\dfrac{G \cdot M_{\text{T}}}{\omega_{\text{T}}^2}} \\ r_{\text{sat,geo}} = \sqrt[3]{\dfrac{G \cdot M_{\text{T}} \cdot T_{\text{T}}^2}{4 \cdot \pi^2}} = 42.231.625 \text{ m} = 42.232 \text{ km} \end{cases}$$

(b) El desplazamiento se produce por desacoplamiento entre la velocidad angular de rotación de la Tierra ω_T y la velocidad angular de rotación del satélite alrededor de la Tierra ω_{sat}:

$$\frac{\text{v}_{\text{sat}}}{r} = \omega_{\text{sat}} = \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{sat}}} = \omega_{\text{T}} + \omega^* =$$

$$= \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{T}}} + \omega^* \neq \omega_{\text{T}} = \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{T}}}$$

De acuerdo con la 3ª Ley de Kepler:

$$T_{\text{sat}}^2 = \frac{4 \pi^2}{G \cdot M_{\text{T}}} r_{\text{sat}}^3 \Rightarrow \omega_{\text{sat}} = \frac{2\pi}{T_{\text{sat}}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{T}}}{r_{\text{sat}}^3}}$$

De forma que, una altura más baja que la órbita geoestacionaria producirá mayor velocidad angular de rotación del satélite alrededor de la Tierra (ω^*>0, al disminuir r); y, por consiguiente, el satélite se adelantará a la Tierra. Y viceversa, una altura más alta que la órbita geoestacionaria producirá menor velocidad angular de rotación del satélite alrededor de la Tierra (ω^*<0, al aumentar *r*); y, por consiguiente, el satélite se atrasará respecto de la Tierra.

Por lo tanto, si queremos realizar un desplazamiento hacia el Este, como ocurre en el enunciado, tendremos que "adelantar" el satélite pasando a una órbita más baja que la geoestacionaria. Si el desplazamiento fuera hacia el Oeste, la órbita de transferencia debería ser más alta.

(c) Dado que el desplazamiento angular es de 73º=1.274 rad hacia el Este, y que debe realizarse en 124 días, la velocidad angular del satélite, en la órbita de transferencia, deberá ser la siguiente:

$$\omega^* = \frac{1,274 \text{ rad}}{124 \text{ días}} = \frac{\left(\dfrac{1,274 \text{ rad}}{10713600 \text{ s}} \times 86400 \text{ s} \right)}{86400 \text{ s}} \text{ rad/s}$$

$$\omega^* = \frac{\left(1,0274 \times 10^{-2}\right)}{T_{\text{T}}} = 1,1892 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{sat}} = \omega_{\text{T}} + \omega^* = \frac{2 \cdot \pi}{T_{\text{T}}} + \frac{\left(1,0274 \times 10^{-2}\right)}{T_{\text{T}}} \text{ rad/s}$$

$$\omega_{\text{sat}} = \left(7,2722 \times 10^{-5} + 1,1891 \times 10^{-7}\right) \text{ rad/s} = 7,2841 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

De forma que el radio de la nueva órbita será:

$$r_{\text{transf}} = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_{\text{T}}}{\omega_{\text{sat}}^2}} = 42.185.650 \text{ m} \simeq 42.186 \text{ km}$$

Por lo tanto la órbita de transferencia es 45,975 km más baja que la geoestacionaria.

(**Nota:** el valor real era de 45,84 km más baja; dicho valor puede ser obtenido utilizando el periodo sidéreo para la órbita geoestacionaria).

(d) Finalmente, la velocidad del punto sub–satélite (la proyección vertical del satélite sobre la superficie de la Tierra), será de:

$$\text{v}_{\text{track}} = \omega^* \cdot R_{\text{T}} = 0,758 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 2,73 \text{ km/h}$$

Mientras que la velocidad del satélite respecto al centro de la Tierra, vendrá dada por

$$\text{v}_{\text{sat}} = \omega_{\text{sat}} \cdot r_{\text{transf}} = 3072,8 \text{ m s}^{-1} = 11062,5 \text{ kmh}^{-1}$$

———————— • ————————

PRUEBA nº 2

De lo que hablaban una central hidroeléctrica y una clepsidra

Autor**: José Luis Orantes de la Fuente**. Catedrático del I.E.S. "Zorrilla" de Valladolid
Problema ganador del "Concurso al mejor problema de las Fases Locales" en la XXV Olimpiada Española de Física (La Coruña 4 al 7 de abril de 2014)

Una central hidroeléctrica le decía a una clepsidra:
"– Mi misión fundamental es producir energía eléctrica a partir de la energía potencial gravitatoria que tiene el agua almacenada en mi embalse. Pero el problema es que la potencia que produzco depende de la altura del agua. El agua que fluye haciendo mover mi turbina varía de velocidad con la altura de la presa…"
"– ¡No me hables de velocidad! –protestó la clepsidra- Fui diseñada para medir las horas por el tiempo que tarda en vaciarse el agua que tengo en mi interior. Pero la velocidad del agua que sale por mi espita es variable y, aún así, el nivel del agua en mi interior desciende a ritmo constante. Con tanto pensarlo se me está poniendo la cabeza como un cántaro…"

Un profesor de física que pasaba por allí no pudo resistir la tentación de escuchar aquel diálogo, pero tuvo la prudencia de no intervenir. Sin embargo, cuando llegó a clase propuso a sus alumnos las siguientes,

Cuestiones:

a) Si una central hidroeléctrica posee un embalse cuyo nivel de agua se encuentra a 10 m por encima del eje de su turbina y el caudal del agua que sale es de 10 m^3/minuto, ¿Cuál será la potencia máxima teórica producida por la central?

b) Suponiendo que se conserve la energía mecánica, ¿Cómo podemos saber la velocidad del agua que mueve la turbina? Determina dicha velocidad. ¿Es válida en este caso la fórmula $v=\sqrt{2\cdot g\cdot h}$?

c) Las clepsidras son recipientes de dejan escapar en su fondo un pequeño chorro de agua, por lo que el nivel de la misma en su interior va disminuyendo paulatinamente. Podemos considerar la clepsidra como una tubería vertical de sección circular variable tal que el caudal de agua que desciende en su parte superior es igual al caudal del agua que sale en su parte inferior. Si llamamos A al área del orificio inferior, R el radio de la vasija a la altura z donde llega el agua, Determina qué relación debe existir entre z y R para que el agua descienda a una velocidad constante v_C.

d) Queremos construir una clepsidra cuyo orificio de salida sea de 2 mm^2 de sección y su nivel de agua descienda con una velocidad constante de v_C=0,1 mm/s. Si la altura inicial del agua en su interior está a z=30 cm por encima del orificio de salida ¿Qué radio debe tener dicha clepsidra para esa altura? ¿Y a 20, 10 y 5 cm de altura? Haz una representación gráfica proporcional de la forma y tamaño de dicha clepsidra. Trata de darles a todas ellas la respuesta adecuada.

Definiciones y Datos:
Caudal = Volumen/tiempo=Sección·velocidad; g=9,8 m/s^2

Nota Histórica: Las clepsidras ya se utilizaban en el antiguo Egipto y su misión principal era medir el paso del tiempo durante la noche. Su uso era más reducido en países de latitud elevada dado que el descenso de temperatura hacía congelarse el agua invalidando el uso de la clepsidra. Esto impulsó, en aquellos lugares, el desarrollo de otros dispositivos, como los relojes de arena o los mecánicos.

Solución

(a) La variación de energía potencial de una capa de agua de masa Δm y altura h en un tiempo t, dará una potencia máxima a la central dada por la expresión:

$$P=\frac{\Delta m\cdot g\cdot h}{t}=\frac{\Delta m}{t}\cdot g\cdot h=\frac{\Delta V\cdot d}{t}\cdot g\cdot h=$$
$$=\frac{\Delta V}{t}\cdot d\cdot g\cdot h=C_{\mathrm{A}}\cdot d\cdot g\cdot h=16333\ \mathrm{W}=16{,}3\ \mathrm{kW}$$

Donde d representa la densidad del agua, y C_A el caudal del agua que sale del fondo de la presa.

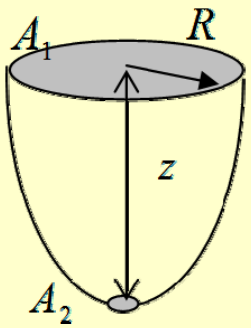
(b) La conservación de la energía mecánica nos dice que la variación de energía potencial ΔE_p debe ser igual a menos la variación de la energía cinética ΔE_c, por lo que:

$$\Delta E_{\mathrm{p}}=-\Delta E_{\mathrm{c}}$$
$$\Delta m\cdot g\cdot h=\tfrac{1}{2}\cdot\Delta m\cdot \mathrm{v}^2\Rightarrow \mathrm{v}=\sqrt{2\cdot g\cdot h}=14\ \mathrm{m/s}$$

Como vemos, SÍ es válida la fórmula propuesta.

(c) La cantidad de agua que fluye por una tubería es constante, si no tiene pérdidas o aportes, independientemente de que la tubería varíe su sección. En una sección grande, la velocidad disminuye, y en una sección más estrecha, la velocidad del fluido aumentará.

Consideraremos que el recipiente formado por la clepsidra es una tubería vertical de sección circular variable, pero que el caudal que atraviesa una sección cualquiera de la misma debe ser constante en cualquier punto. Es decir:



Si $v_1=v_c$ es la velocidad de descenso del agua en la sección A_1, que se encuentra a una altura z sobre el orificio de salida de sección A_2 y v_2 es la velocidad de salida del agua por este orificio, tendremos:

$$C_1\,(\text{Caudal 1})=C_2\,(\text{Caudal 2})=\text{constante}$$
$$A_1\cdot \mathrm{v}_1=A_2\cdot \mathrm{v}_2$$

Teniendo en cuenta que v_c=Cte y $v_2=\sqrt{2\cdot g\cdot z}$, sustituyendo y elevando al cuadrado, obtenemos la relación entre z y R siguiente:

$$\left[A_1\cdot \mathrm{v}_1\right]^2=\left(\pi\cdot R^2\right)^2\cdot \mathrm{v}_{\mathrm{c}}^2=A_2^2\cdot(2\cdot g\cdot z)=\left[A_2\cdot \mathrm{v}_2\right]^2$$
$$z=z(R)=k\cdot R^4\quad\left[k=\frac{\pi^2\cdot \mathrm{v}_{\mathrm{c}}^2}{2\cdot g\cdot A_2^2}\right]\Rightarrow$$
$$R=R(z)=\sqrt[4]{\frac{z}{k}}=k^*\cdot\sqrt[4]{z}\quad\left[k^*=\sqrt[4]{\frac{1}{k}}=\frac{\sqrt{A_2}\cdot\sqrt[4]{2\cdot g}}{\sqrt{\pi\cdot \mathrm{v}_{\mathrm{c}}}}\right]$$

Como vemos, la dependencia entre z=z(R) corresponde con una función de cuarta potencia, con un coeficiente k; por lo que la dependencia R=R(z) es de raíz cuarta, con un coeficiente k^*.

(d) Si consideramos los valores:

$$\mathrm{v}_1=\mathrm{v}_{\mathrm{c}}=0{,}1\ \mathrm{mm/s}=10^{-4}\ \mathrm{m/s}$$
$$A_2=2\ \mathrm{mm}^2=2\cdot10^{-6}\ \mathrm{m}^2,$$

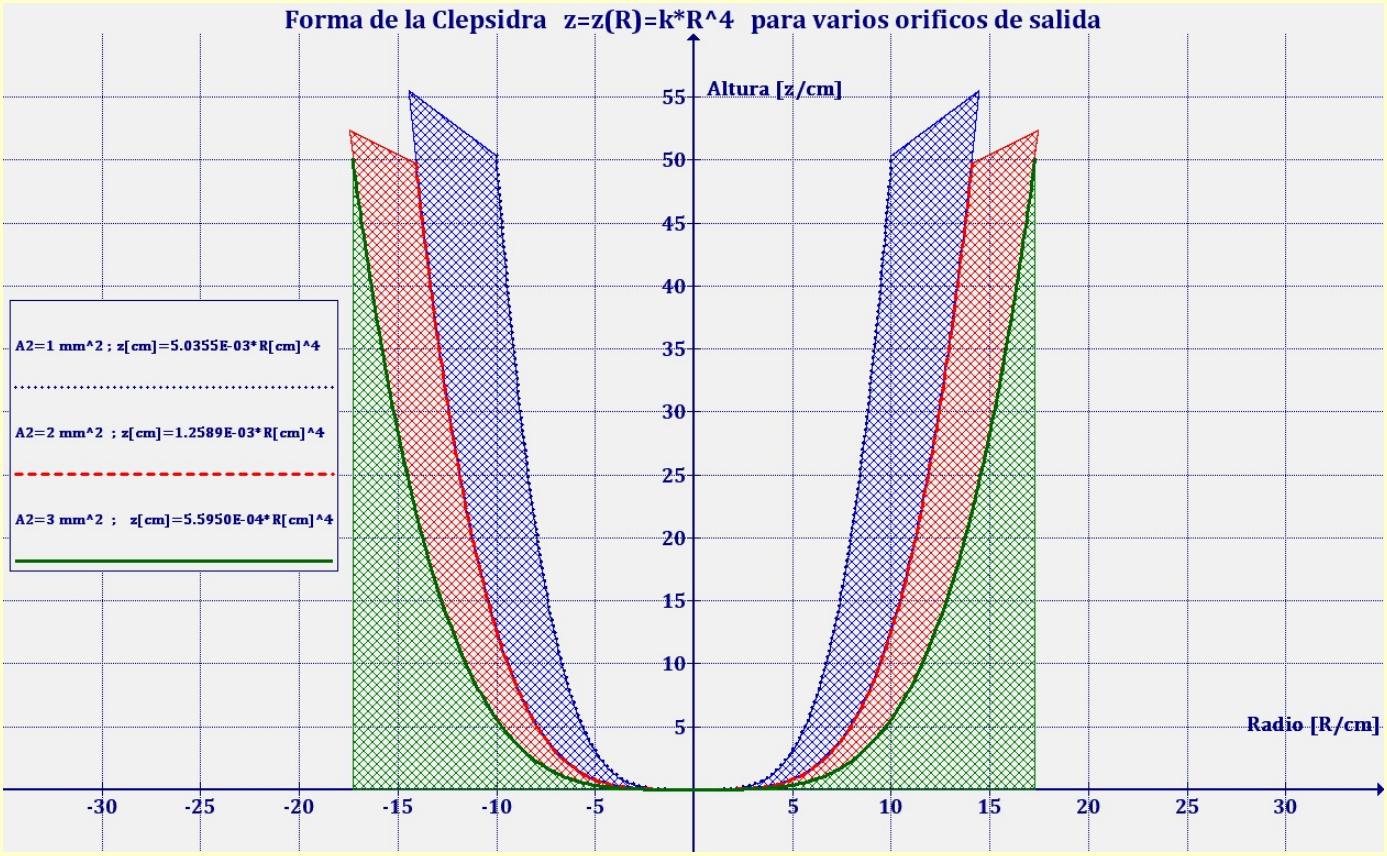
obtenemos que:

$$k=1258{,}9\ \mathrm{m}^{-3}=1{,}2589\cdot10^{-3}\ \mathrm{cm}^{-3}$$
$$\left(k^*=0{,}16788\ \mathrm{m}^{3/4}=5{,}3089\ \mathrm{cm}^{3/4}\right),$$

de forma que los valores de R buscados son:

z (cm)	R (cm)
30	12,4247
20	11,2269
10	9,4407
5	7,9386

En la gráfica siguiente podemos ver el comportamiento de la curva z=z(R) (por tanto, de la forma que debe tener la clepsidra), para varios valores de A_2(1, 2 y 3 mm²).

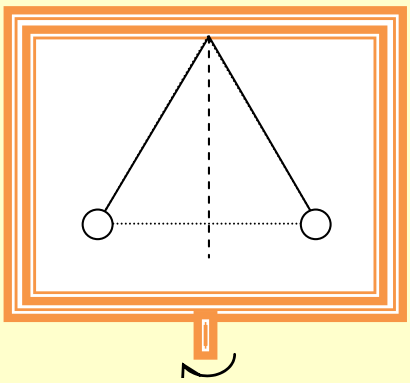

Forma de la Clepsidra z=z(R)=k*R^4 para varios orificos de salida
Altura [z/cm]
Radio [R/cm]
A2=1 mm^2 ; z[cm]=5.0355E-03*R[cm]^4
A2=2 mm^2 ; z[cm]=1.2589E-03*R[cm]^4
A2=3 mm^2 ; z[cm]=5.5950E-04*R[cm]^4
55
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
-30
-25
-20
-15
-10
-5
5
10
15
20
25
30

———————— • ————————

PRUEBA nº 3

Planetas eléctricos

Autor**: José Luis Orantes de la Fuente**. Catedrático del I.E.S. "Zorrilla" de Valladolid



Un doble péndulo electrostático consta de dos pequeñas esferas, de 10 mg de masa, cargadas con idéntica carga eléctrica. Ambas están unidas por sendos hilos de masa despreciable y de 10 cm de longitud, con sus extremos unidos a un soporte vertical.

El conjunto mantiene una posición de equilibrio cuando los hilos forman un ángulo de 60º.

Pregunta a: Determina el valor de la carga eléctrica que posee cada una de las esferas.

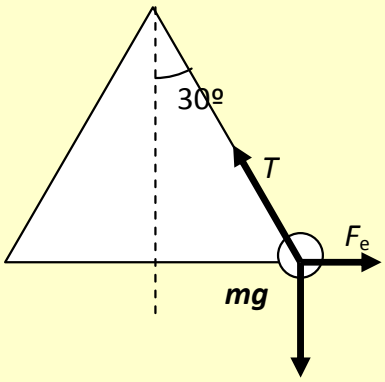
Partiendo de esta situación, se hace girar el soporte del doble péndulo respecto del eje vertical que pasa justo por el punto de suspensión de los hilos, con una velocidad angular ω. Los péndulos giran de modo solidario con el soporte.

Pregunta b: Haz un esquema de las fuerzas que actúan sobre cada esfera en esta situación.

Pregunta c: Determina la velocidad angular que debe tener el sistema para que los hilos formen entre sí un ángulo de 90º.

Solución

Pregunta a:



Se tiene que:

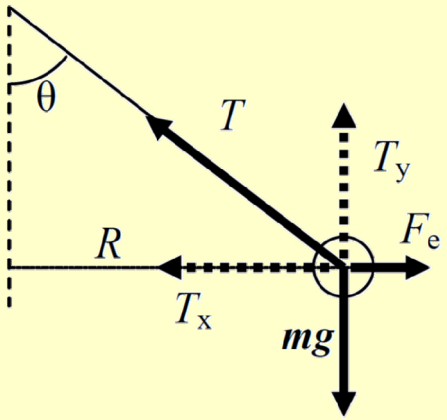
$$F_e = m\cdot g\cdot tg(30°)\ \ ;\ \ F_e = K\cdot\frac{q^2}{l^2}\ \ \Rightarrow$$

$$q = \sqrt{\frac{m\cdot g\cdot l^2\cdot tg(30°)}{K}}$$

De forma que el valor de la carga eléctrica que posee cada una de las esferas será:

$$q = \sqrt{\frac{m\cdot g\cdot l^2\cdot tg(30°)}{K}} = 7{,}93\cdot 10^{-9}\,\text{C}$$

Pregunta b:



Análogamente, tenemos ahora que:

$$T_x = m\cdot g\cdot tg(\theta)\ \ ;\ \ F_e = K\cdot\frac{q^2}{4\cdot R^2}$$

$$F_{cent} = T_x - F_e\ \ \Rightarrow$$

$$m\cdot\omega^2\cdot l\cdot\sin\theta = m\cdot g\cdot tg(\theta) - K\cdot\frac{q^2}{4\cdot l^2\cdot\sin^2\theta}$$

Pregunta c:

Para $\theta = 45°\ \Rightarrow\ \omega = 9{,}92\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1} = 94{,}8\ \text{r.p.m.}$

———————— • ————————

PRUEBA nº 4

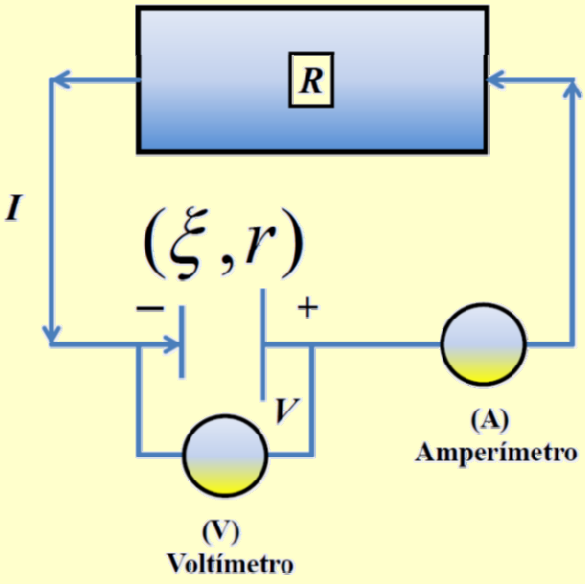
¿Qué potencia consume la resistencia?

Autora**: Rosa María Nicolás Medina.** Catedrática del I.E.S. "Ribera de Castilla" de Valladolid

Si una pila de fuerza electromotriz (f.e.m.) ξ y resistencia interna r se conecta a una resistencia externa *R*, hará que por el circuito circule una intensidad I, que podemos medir con un amperímetro (A). La resistencia R disipará una potencia $P=I^2 \cdot R$, y la propia pila consumirá una potencia $I^2 \cdot r$; es decir, no toda la potencia de la pila $\xi \cdot I$ pasará al circuito externo. Podemos escribir que:

$$\xi \cdot I = I^2 \cdot R + I^2 \cdot r \qquad \text{(Ecuación 1)}$$

Si medimos con un voltímetro (V) la diferencia de potencial (d.d.p.) V, en los bornes de la resistencia R, la *ley de Ohm* nos dice que $V=I \cdot R$; y, por tanto:



$$\xi \cdot I = V \cdot I + I^2 \cdot r \qquad \text{(Ecuación 2)}$$

$$(\xi - V) \cdot I = I^2 \cdot r \qquad \text{(Ecuación 3)}$$

$$V = \xi - I \cdot r \qquad \text{(Ecuación 4)}$$

La ecuación 4 nos dice que si conectamos a una misma pila diferentes resistencias de carga R, la intensidad I, y la d.d.p. V, en R irán cambiando y V será una función lineal de I.

Método experimental

Queremos determinar la f.e.m. ξ, y la resistencia interna *r*, de una pila. Para ello se conecta a una resistencia variable *R*, y se mide la intensidad I, que circula por la resistencia, así como la d.d.p. V, en los bornes de la misma. Los *datos experimentales* se recogen en la Tabla 1.

Tabla 1											
I (A)	4'10	3'80	3'50	3'00	2'20	1'80	1'50	1'30	1'10	0'90	0'70
V (V)	0'40	0'70	1'00	1'50	2'30	2'70	3'00	3'20	3'40	3'60	3'80

1º.- Representa en papel milimetrado (gráfica 1) la d.d.p. V, en función de la intensidad de corriente *I*; y, de la pendiente y ordenada en el origen, determina los valores de *r* y de ξ.

2º.- Utiliza la *ley de Ohm* para construir una tabla (Tabla 2), con los diferentes valores de la resistencia de carga R, y la potencia P, disipada por cada resistencia.

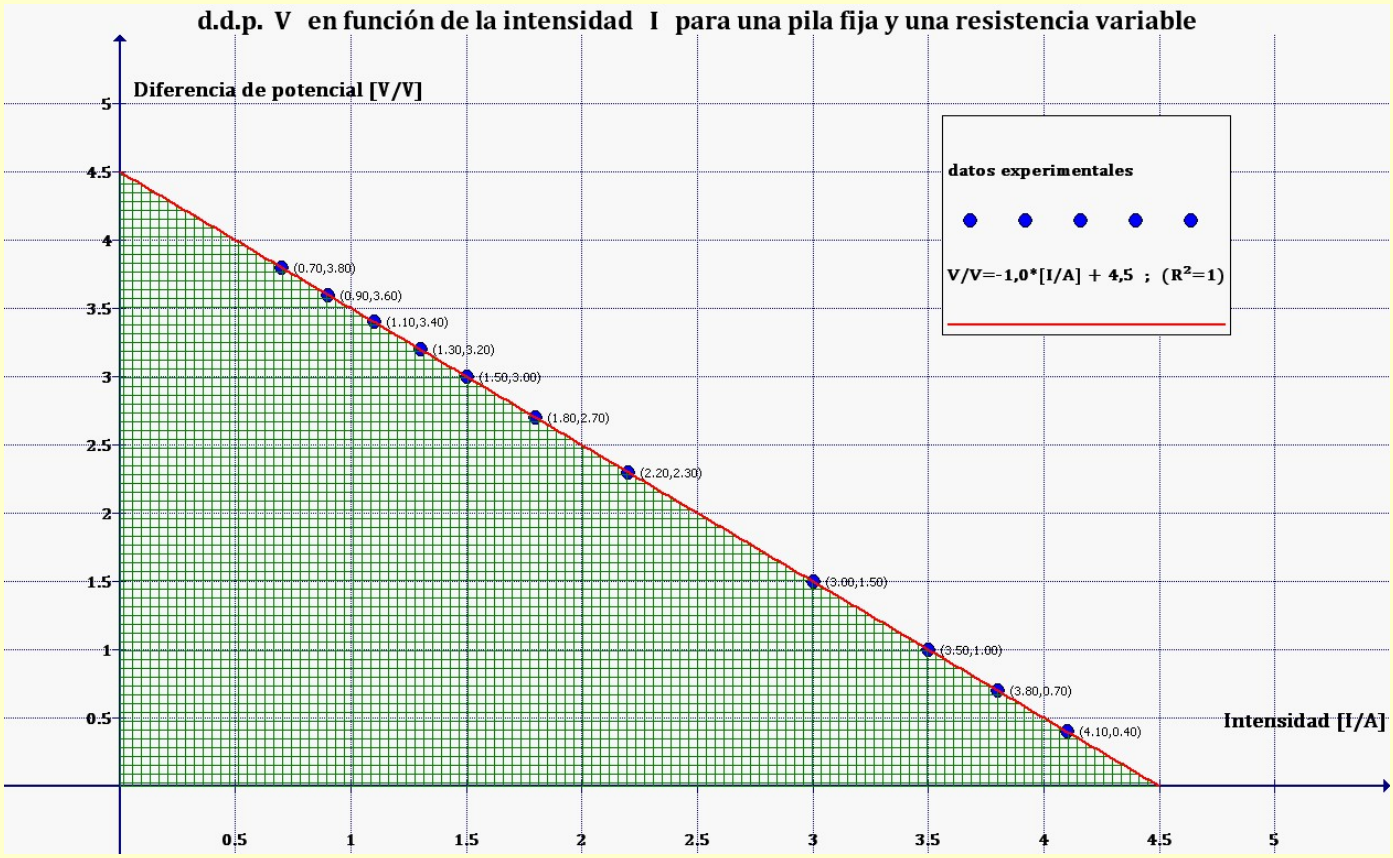
3º.- Representa en papel milimetrado (gráfica 2) la potencia P, en función de R.

4º.- La gráfica presenta un máximo de potencia P_m, para una determinada resistencia de carga R_m. Lee en la gráfica dichos valores. Halla, para este caso, la relación entre la potencia consumida en la resistencia de carga P_m, y la potencia suministrada por la pila $\xi \cdot I_m$.

5º.- Si la pila almacena una energía *E*, halla la resistencia de carga necesaria R_{100} para que la pila dure 100 veces más de tiempo que si se conecta a la resistencia R_m determinada en el apartado 4º anterior. ¿Qué potencia P_{100} disipará en este caso la resistencia R_{100} comparada con la suministrada por la pila $\xi \cdot I_{100}$?

Solución

1º.- Con los datos de la Tabla 1 representamos la diferencia de potencial (d.d.p.) V en función de la intensidad *I*, para las diferentes resistencias de carga R, construyendo la gráfica 1.



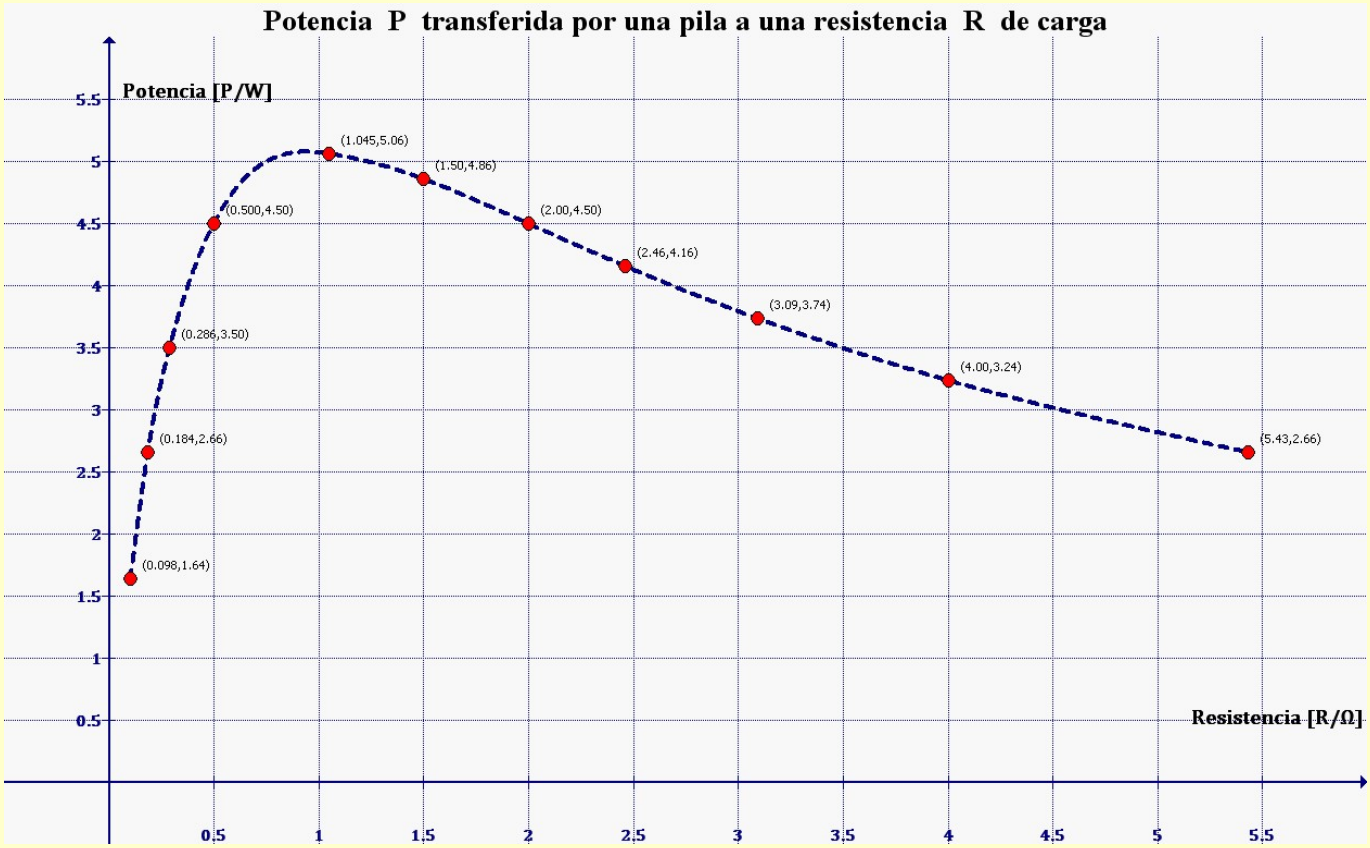
De acuerdo con la (Ecuación 4): $V = \xi - I \cdot r$, ajustamos por mínimos cuadrado los datos de la Tabla 1, obteniendo la pendiente, que coincide con $-r$, y la ordenada en el origen, que es ξ. De esta forma, se obtienen los valores de ambas magnitudes:

Resistencia interna: $r = 1\ \Omega$
Fuerza electromotriz: $\xi = 4{,}5$ V

2º.- Utilizamos la *ley de Ohm* $V = I \cdot R$, para construir la Tabla 2, con los diferentes valores de la resistencia de carga, $R = V / I$, y la potencia, $P = V \cdot I = I^2 \cdot R$, disipada por cada resistencia.

3º.- La gráfica 2, representa la potencia $P = V \cdot I = I^2 \cdot R$ en función de R .

Tabla 2											
I/A	4’10	3’80	3’50	3’00	2’20	1’80	1’50	1’30	1’10	0’90	0’70
V/V	0’40	0’70	1’00	1’50	2’30	2’70	3’00	3’20	3’40	3’60	3’80
R/Ω	0’098	0’184	0’286	0’500	1’045	1’50	2’00	2’46	3’09	4’00	5’43
P/W	1’64	2’66	3’50	4’50	5’06	4’86	4’50	4’16	3’74	3’24	2’66



4º.- La gráfica 2 presenta máximo de potencia P_m, para una determinada resistencia de carga R_m. Leemos en la gráfica el valor de R_m y hallamos P_m.

Calculamos la relación entre la potencia consumida en la resistencia de carga P_m y la potencia suministrada por la pila $\xi \cdot I_m$.

$$R_m = 1\,\Omega \quad \Rightarrow \quad P_m = 5{,}0625\ \text{W}$$
$$I_m = 2{,}25\ \text{A} \quad \Rightarrow \quad P_m / \xi \cdot I_m = 0{,}5$$

Es decir, la máxima transferencia de potencia desde la pila a la resistencia se hace cuando esta es el 50%. En este caso la pila consume el otro 50%.

5º.- Si la pila almacena una energía E, el tiempo t que durará encendida, cumplirá la ecuación: $E = \xi \cdot I \cdot t$; o bien para un tiempo t_{100}=100·t se cumplirá que $E = \xi \cdot I_{100} \cdot t_{100}$. Es decir, ha de ser $I = 100 \cdot I_{100}$. Por tanto:

$$I_{100} = 0{,}0225\ \text{A}$$
$$V_{100} = 4{,}4775\ \text{V}$$
$$R_{100} = 199\ \Omega$$
$$P_{100} = 0{,}1007\ \text{W} \quad \Rightarrow \quad P_{100} / \xi \cdot I_{100} = 0{,}995$$

Ahora la pila transfiere el 99'5% de la potencia a la resistencia de carga; la potencia es pequeña comparada con la anterior, por eso la pila dura más.

Nota: El resultado de los puntos 4º y 5º se puede resolver teóricamente.

———————— • ————————

Nombrando las estrellas

Daniel Camarero y Arturo D. García Vesga
Alumnos del Grado en Física de la UVa y miembros del Grupo Universitario de Astronomía de la Universidad de Valladolid

"Todo el que se decide a pensar sobre la evolución de las estrellas debe ser optimista y tener sentido del humor: los astrónomos son unos optimistas sin remedio"

Cecilia Pain-Galoshkina. Astrónoma (EE.UU.)

Las estrellas, esos puntitos errantes que se desplazan sobre nuestras cabezas, han preocupado y sobre todo interesado al ser humano desde sus inicios. Aparentemente ausentes durante el día, pero actores principales en su final, hacen las delicias de muchas de nuestras noches. Desde la antigüedad el ser humano ha reflexionado acerca del origen de las estrellas, habitantes del cosmos, que junto a los planetas, la Luna y el Sol, son los objetos principales del cielo. La astronomía, una ciencia eminentemente empírica, y abocada a la casi exclusiva observación del objeto de su estudio, necesitaba urgentemente clasificar de manera minuciosa (e inteligente) estos objetos. Esta fue una de las razones por las que la clasificación de los elementos que componían la bóveda celeste ocupó un lugar esencial en su desarrollo. Desde este punto partirá nuestra exposición.

Las estrellas

Según la RAE (Real Academia Española), las estrellas son "cada uno de los cuerpos celestes que brillan en la noche, excepto la Luna". Sin embargo, sabemos que en el espacio hay muchos objetos con claras diferencias entre ellos y podemos acotar mucho más esta definición. Los planetas, galaxias, cometas y otros objetos que vemos en el cielo no son lo que en astronomía se entiende por estrellas. Estas son grandes bolas de plasma, aproximadamente esféricas, que mantienen su forma gracias a su propia atracción gravitatoria. Esto se puede matizar aún más, pues no todas las estrellas están formadas por materia en estado de plasma (e.g. estrellas de neutrones). Sin embargo, a efectos prácticos, las estrellas son objetos muy masivos que emiten algún tipo de radiación propia que nosotros podemos detectar.

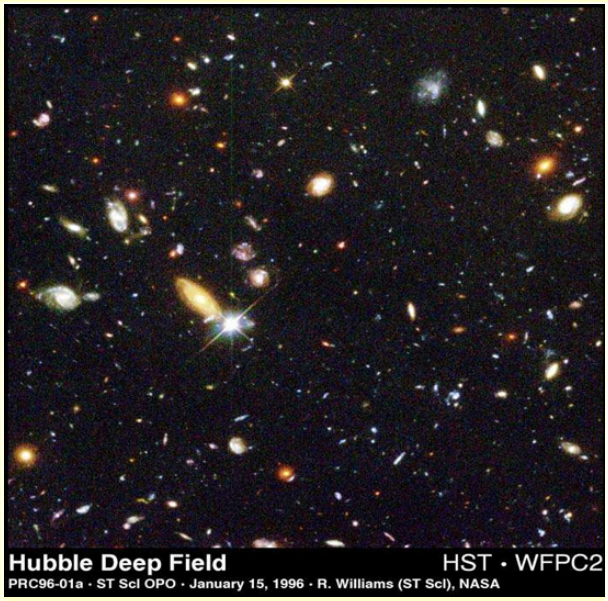


Fig.1 Estas imágenes de cielo profundo del Telescopio Espacial Hubble dieron las primeras estimaciones del número de estrellas en el Universo. Fuente: ESA

Revista de Ciencias, 4, 48-56, abril 2014
ISSN: 2255-5943

Según datos de la ESA (*European Space Agency*), se puede estimar, *grosso modo*, que existen alrededor de 10^{11}, es decir, cien mil millones de estrellas en nuestra galaxia; y se piensa que haya otras 10^{11} galaxias, que aunque no contendrán el mismo número de estrellas, da una idea del orden de magnitud. A pesar de que no seamos capaces de interiorizar esta cantidad ingente, es claro que necesitamos una buena clasificación para poder abarcar este estudio.

Esencialmente, las propiedades de las estrellas se determinan por su masa, luminosidad, radio y temperatura exterior. Así, desde el punto de vista empírico, es de capital importancia determinar estas magnitudes individualmente para cada estrella y luego relacionarlas en grupos con parámetros comunes. Para ello tendremos que usar la única información que nos llega de las estrellas, su luz. Es gracias a las altas presiones y temperaturas en el interior de las estrellas, por lo que se forman los distintos elementos químicos al combinarse de diferentes maneras mediante mecanismos de fusión. Estos efectos y otros, como la absorción, determinan el espectro de emisión de cada estrella, a través del cual conocemos muchas de sus características.

El ejemplo que todos esperaban

Nuestro Sol, una estrella estudiada de manera exhaustiva gracias a su proximidad a la Tierra, es lo que podemos considerar como una estrella *normal*. Vamos a introducir las propiedades espectrales generales de las estrellas a través él. El radio del Sol es de 696000 km, está a una distancia media de la tierra de $149{,}6 \cdot 10^6$ km (que es la distancia que definimos como Unidad Astronómica) y su masa es $1{,}99 \cdot 10^{30}$ kg. Además, sabemos que tiene un movimiento de rotación sobre su eje, dando una vuelta en 26 días terrestres cuando se observa desde la tierra, y fuertes corrientes de convección entre las diferentes capas que lo forman.

Los gases de la atmósfera terrestre son prácticamente transparentes en la zona visible del espectro electromagnético, por lo que la radiación del Sol en esas frecuencias que nos llega a la superficie terrestre es esencialmente la emitida. Este es un espectro continuo con líneas negras (llamadas *rayas de Fraunhofer*) y líneas de mayor intensidad intercaladas. La máxima intensidad se da en la parte azul-verde ($\lambda \sim 4300$-5000 Å).

Dado que la atmósfera tiene una alta opacidad para ondas ultravioletas e infrarrojas (el agua y el CO_2 se encargan de absorber estas últimas), parece que el espectro sólo está compuesto por frecuencias en el visible, sin embargo, sondas extra-atmosféricas han comprobado que el espectro del Sol mantiene el carácter que se aprecia en la tierra hasta $\lambda \sim 2000$ Å. En longitudes de onda más cortas va desapareciendo el espectro continuo en favor de rayas de emisión intensas, con lo que desaparecen también las rayas de Fraunhofer.

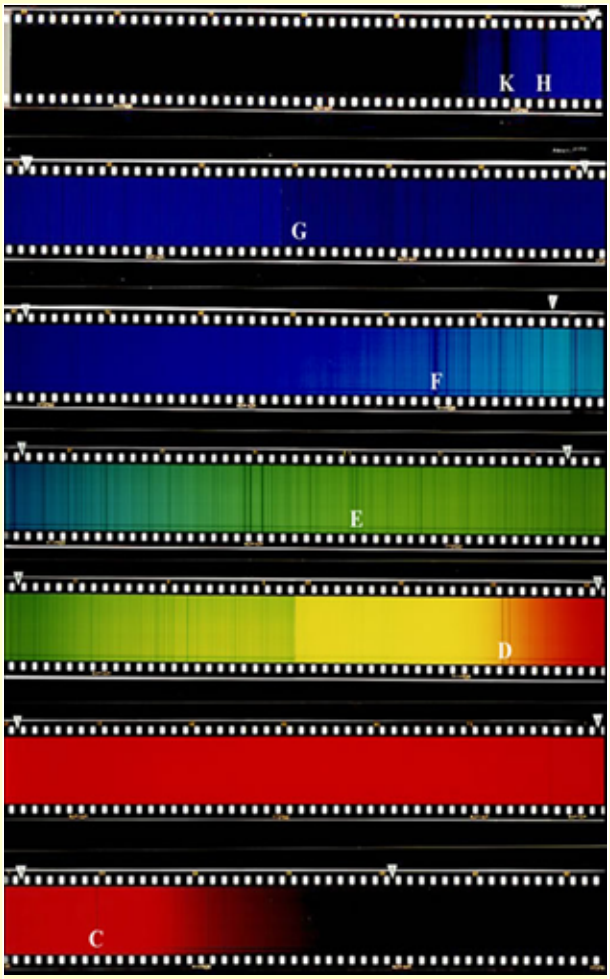


Fig.2 Espectro solar con un cronógrafo de 25cm del observatorio solar de Norikura

Las líneas de Fraunhofer corresponden a las líneas de emisión de ciertos gases que están en las diferentes capas del Sol. Las capas exteriores absorben la radiación que viene de capas más internas, excitando los átomos de las primeras, que emiten de nuevo en todas las direcciones (de alguna manera, parte de la luz "rebota" hacia dentro), con lo que la radiación correspondiente a esas frecuencias de absorción no es emitida con suficiente intensidad. ¿Pero, todo esto para qué sirve? Pues sirve para saber la composición química de la estrella. Cada raya corresponde a la emisión de un gas en un estado concreto, en la figura 2 apreciamos las bandas H y K del Calcio ionizado, las C y F correspondientes al Hidrógeno (H_α y H_β respectivamente) o la G del Hierro. Así, se aprecian hasta 70 elementos de la

tabla periódica. El Helio, por ejemplo sólo se observa con claridad en el análisis de las protuberancias y de las capas superiores.

Veamos ahora cómo calcular la temperatura del Sol. Observando los diagramas de radiancia del Sol como el de la figura 3, parece posible ajustar este tipo de espectros a los de emisión de un cuerpo negro. De forma simplificada, podemos decir que un cuerpo negro es un objeto ideal que absorbe toda la luz y toda la energía radiante que incide sobre él. Tiene un espectro de emisión característico llamado "espectro del cuerpo negro" o "curva de Planck", que también se muestra en la figura.

Se suelen tomar varios tipos de ajuste. Uno es el que ajusta la radiancia total con la ley de Stefan-Boltzmann (llamada temperatura efectiva) y proporciona una temperatura solar de 5770 K. Otro es el que toma la intersección de la curva real de emisión y las diferentes curvas de Planck para distintas longitudes de onda (llamada temperatura de brillo) y da temperaturas desde 4500 K para λ=1000 Å hasta 10^6 K para λ=1 m, lo que revela que la emisión de las diferentes frecuencias corresponde a diferentes capas, que tienen distintas temperaturas. También se toman los ajustes de ciertos intervalos de frecuencias a la curva del cuerpo negro (temperatura de color) o se estudia mediante la ley de Wien (situación del máximo de radiación).

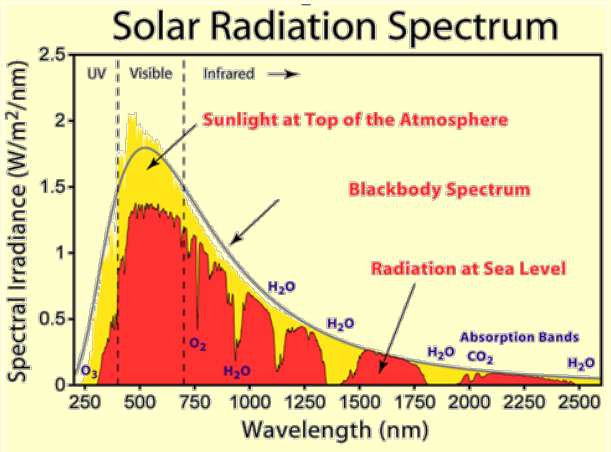


Fig.3 Radiación emitida (también llamada radiancia) por el sol en función de la longitud de onda dentro y fuera de la atmósfera terrestre. Fuente: Wikipedia

Todo esto corrobora que las estrellas están formados por capas, e indica la complejidad de la dinámica interior que tienen, muestra de ello es que el espectro de emisión que nos llega se aleja de la curva típica de cuerpo negro diciéndonos que las estrellas no son sistemas termodinámicamente estables (al menos en las capas exteriores, que están emitiendo constantemente).

Cada estrella tiene su espectro

El espectro de las estrellas normales, como el del Sol, es un continuo sobre el que se superponen rayas de absorción o rayas más intensas. Las diferencias residen en la cantidad e intensidad de las rayas (si son de emisión) y en la distribución de energía del espectro continuo. Muchas investigaciones han demostrado una dependencia entre la temperatura (habitualmente se toma la efectiva) con el tipo de espectro.

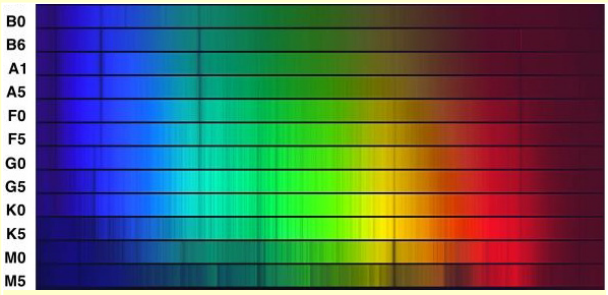


Fig.4 Diferentes espectros estelares clasificados siguiendo el método de Harvard. Fuente: Wikipedia

Existen varias clasificaciones espectrales, todas agrupan a las estrellas en clases con subdivisiones. Uno de los métodos más extendidos es la clasificación de Harvard. Este tiene diversas clases espectrales que se nombran con letras del alfabeto latino y se ordenan de mayor a menor temperatura, veamos los principales tipos.

- **Clase O:** aspecto azulado y temperatura muy alta (se observa por la alta intensidad de la zona ultravioleta del espectro). Son frecuentes las rayas de elementos ionizados una o más veces (He, C, Si, etc.). Ejemplo: Tau (Can Mayor).
- **Clase B:** azules y muy luminosas, las rayas de He neutro son muy intensas y se aprecian bien las rayas de H. Ejemplo: Alfa Virgen (Espiga).
- **Clase A:** color blanco (todas las frecuencias del visible aparecen con intensidad parecida). Las rayas de H alcanzan su máxima intensidad y también se ven bien las de Ca ionizado. Ejemplo: Sirio (Can Mayor).
- **Clase F**: color amarillento. Se amplifican las rayas de metales ionizados a la vez que se reducen las del H. Ejemplo: Proción (Can Menor).
- **Clase G:** color amarillo. Las rayas del H se confunden entre las muchas rayas de los

metales. Muy intensas las rayas de Ca ionizado. Ejemplo: el Sol.

- **Clase K:** color rojizo y temperatura moderada (se nota porque el extremo violeta del espectro está debilitado). Las rayas del H no se distinguen entre las numerosas rayas de los metales. Ejemplo: Arturo (Boyero).
- **Clase M:** color rojo. Estas son las estrellas más comunes, al menos en nuestro vecindario dentro de la Vía Láctea. Las rayas de los metales se debilitan. Aparecen muchas rayas de absorción de moléculas de óxido. Ejemplo: Betelgeuse (Orión).

Estos son las clases principales, pero tenemos muchas ramificaciones concretas de cada tipo, como por ejemplo los que indican que una estrella produce mucho carbono o elementos pesados, o bien clases que se crean con la función de diferenciar estrellas frías por su espectro en el infrarrojo. Cada clase de la que hemos hablado tiene a su vez 10 subdivisiones (numeradas del 0 al 9) y existen incluso más divisiones que concretan lo que conocemos de cada estrella.

Las apariencias engañan

Cuando miramos al cielo, lo primero que notamos es la diferencia de brillos entre los objetos de la bóveda celeste. La clasificación de esta característica es capital y se lleva haciendo desde hace más de 2000 años (el esquema que hizo Hiparco de Nicea ha sobrevivido de alguna manera hasta nuestros días).

Dada la lejanía de las estrellas, para nosotros son, a todos los efectos, objetos puntuales que emiten luz. Tendremos que caracterizar esa luz que nos llega dando un número al flujo de energía radiante emitida por la estrella, que será más negativo cuanto más brillante sea. Así, según la ley de Pogson, la relación será logarítmica en base 10 en las energías por razones prácticas:

$$m - m_0 = -2{,}5 \log (E/E_0)$$

donde m es un número adimensional llamado *magnitud aparente* y E es la *luminosidad*. Este último concepto representa el flujo luminoso que llega a un receptor, y puede referirse a todo el espectro o un solo intervalo de frecuencias. Vemos que es necesario establecer una referencia, m_0 que será una estrella cuyo flujo E_0 se ha medido minuciosamente, como la estrella Vega (Lyra).

Ahora bien, estrellas de igual luminosidad pueden presentar distintos brillos en el cielo si la distancia que nos separa de ellas es distinta. Por eso definimos la *magnitud absoluta* como la magnitud que tiene una estrella observada desde 10 parsecs (parsec es una unidad de longitud utilizada en astronomía; su nombre deriva del inglés *parallax of one arc second*. 1 parsec = 206265 UA = 3,2616 años luz).

La magnitud absoluta se suele designar con M. Así, para una misma estrella, si E y E_0 son sus luminosidades desde la Tierra y a 10 parsecs respectivamente (llamadas luminosidades aparente y absoluta), como las luminosidades son inversamente proporcionales a los cuadrados de las distancias, se tiene $E_0/E = r^2/10^2$. Usando esta relación y la anterior se llega a:

$$M = m + 5 - 5 \log (r)$$

donde r es la distancia de la tierra a la estrella (dada en parsecs) y M es la magnitud absoluta, muy útil para comparar las diferentes estrellas en la misma escala. Conocemos pues la luminosidad absoluta de las estrellas cuya distancia puede medirse. Nótese que hoy en día, en la era de la electrónica, la medición de distancias cosmológicas no tiene problemas, pero, ¿cómo se hacía antes? El astrónomo empleaba el método de paralajes, propuesto por Galileo Galilei y por primera vez usado por Friedrich Wilhelm Bessel con la estrella Cygni 61.

Si la observación de la estrella se hace desde la Tierra, sólo se registra aquella parte que no ha absorbido la atmósfera con lo que hay que hacer una corrección llamada corrección *bolométrica*, que tiene en cuenta los efecto de absorción, aunque con las actuales sondas extra-atmosféricas esto no es necesario en muchos casos.

Como ejemplo diremos que el Sol tiene una magnitud visual (aparente) de $-26{,}8^m$ (así se designa la magnitud), pero sin embargo, su magnitud absoluta es $4{,}8^m$. A pesar de que el Sol es la estrella fija más brillante del cielo para nosotros, su luminosidad es muy moderada. ¡Las estrellas de gran luminosidad brillan 100000 veces más!

"Nos metemos en harina" (de estrellas)

Hay estrellas de gran masa y color azul claro, y estrellas de poca masa y color rojizo. Hay estrellas grandes, gigantes y supergigantes rojas, también pequeñas y enanas blancas. Para poner orden este maremágnum debemos clasificar las estrellas según los criterios observacionales que hemos ido viendo.

Una magnitud más o menos sencilla de medir es la temperatura superficial de las estrellas. Aunque se ve reflejada en los colores (y por consiguiente en el espectro), generalmente, quien observa el cielo no es consciente de que las estrellas tienen distintas temperaturas. De hecho, uno de los parámetros que miden la temperatura de una estrella es el llamado índice de color, que es una relación empírica entre diferentes medidas de la magnitud de una estrella.

Como norma general, las estrellas más azules son calientes, y las más rojas son relativamente frías.

Podemos ver esta idea con un ejemplo. Nos desplazamos a la constelación de Orión y tomamos Sirio, un sistema binario. La temperatura superficial de la estrella Sirio A, de color blanco azulado, es de unos 9.500 grados (dentro de la nebulosa de Orión algunas estrellas alcanzan los 20.000 grados). Por otro lado tenemos Betelgeuse, la estrella más brillante de Orión. Tiene un color rojizo apreciable a simple vista, es una estrella fría, de unos 3.000 grados de temperatura superficial.

La luminosidad, quizás presente semejantes dificultades a la hora de medir que la temperatura, sin embargo, el radio y la masa son magnitudes que no se pueden medir si no con ingeniosos (y complejos) métodos experimentales y teóricos. Por ello se habla en primera aproximación de luminosidad y temperatura, dos características muy importantes (y medibles) de las estrellas. A mitad de camino, estamos en condiciones de formular las siguientes preguntas: ¿Existen en el Universo todas las combinaciones de estas magnitudes que hemos visto? ¿Podemos encontrar estrellas frías muy luminosas y calientes poco luminosas?

Fig.5 Imagen real retocada para la explicación. Fuente: Hubble Space Telescope, publicada por ESA

El diagrama más importante del astrofísico

El astrónomo medio discute las cuestiones anteriores dibujando un diagrama donde representa la temperatura superficial y la luminosidad. Este diagrama ha ayudado extraordinariamente a desentrañar las leyes del desarrollo estelar. Se llama diagrama de Hertzsprung-Rusell en honor de sus descubridores, el astrónomo danés Ejnar Hertzsprung y el americano Henry Norris Russell. Aunque el diagrama sea técnico y los datos estén representados de forma exacta, no hay que perder de vista que se trata de una herramienta cualitativa y esencial, con un profundo significado evolucionista, que permitió el desarrollo de la astronomía moderna. Lo llamaremos diagrama H-R.

En este diagrama la luminosidad de una estrella se representa creciendo en vertical (puede venir dada como luminosidad o como magnitud, absolutas o aparentes) y la temperatura o clase espectral (como hemos definido en la sección 3) de derecha a izquierda en horizontal. Recordemos que conociendo el color de una estrella podemos determinar su temperatura superficial o clase espectral; además, si también conocemos la distancia a la estrella, podemos calcular su luminosidad absoluta a partir de la aparente que presenta en el cielo, con lo que seremos capaces de dibujar un punto que representará a nuestra estrella.

La escala de temperaturas en el eje horizontal no es uniforme por motivos técnicos en los que no entraremos. En el eje vertical, la cifra de 1.000 significa que a esta altura están representadas las estrellas cuya luminosidad es 1.000 veces la del Sol. Las estrellas que emiten menos energía que el Sol, como Sirio B, están situadas por debajo, y las que tienen luminosidad superior están situadas encima de él. Las estrellas más calientes se sitúan a la izquierda del Sol, mientras que las más frías lo hacen a la derecha.

Los puntos del diagrama H-R nos dicen ya algo sobre las características de las estrellas. Arriba hay estrellas de gran luminosidad, debajo estrellas de débil luminosidad. Pero un centímetro cuadrado de la superficie de un cuerpo frío emite poca energía por segundo, y si la estrella en su conjunto emite mucho, en su superficie deben "caber" muchos centímetros cuadrados, por lo que debe ser grande. Por lo tanto, en la parte superior derecha tenemos estrellas grandes; estas son las Gigantes rojas y Supergigantes rojas. Podemos abordar de modo parecido la parte inferior izquierda del diagrama. Tenemos allí estrellas calientes de poca luminosidad. Un centímetro cuadrado de la superficie de un cuerpo caliente emite por segundo mucha energía, podemos deducir que son pequeñas, esto es, "caben" pocos centímetros cuadrados en su superficie. En la parte inferior izquierda están las enanas blancas. Sirio B es una de ellas.

Es curioso que la mayor parte de las estrellas representadas se encuentren en una determinada región. Producto de la casualidad o no, llamaremos a esta zona la secuencia principal del diagrama H-R, que nos será muy útil.

Para finalizar este apartado, hemos comentado que se puede poner magnitud o luminosidad o ambas. A menudo, en vez de magnitud absoluta para indicar la luminosidad, se usa la "visible", esto es, sin la corrección bolométrica. Sin embargo, al dejar pasar la atmósfera la mayor parte del espectro visible, y como esta corrección se aplica por igual a todas las estrellas, la deformación producida en el diagrama H-R no es importante.

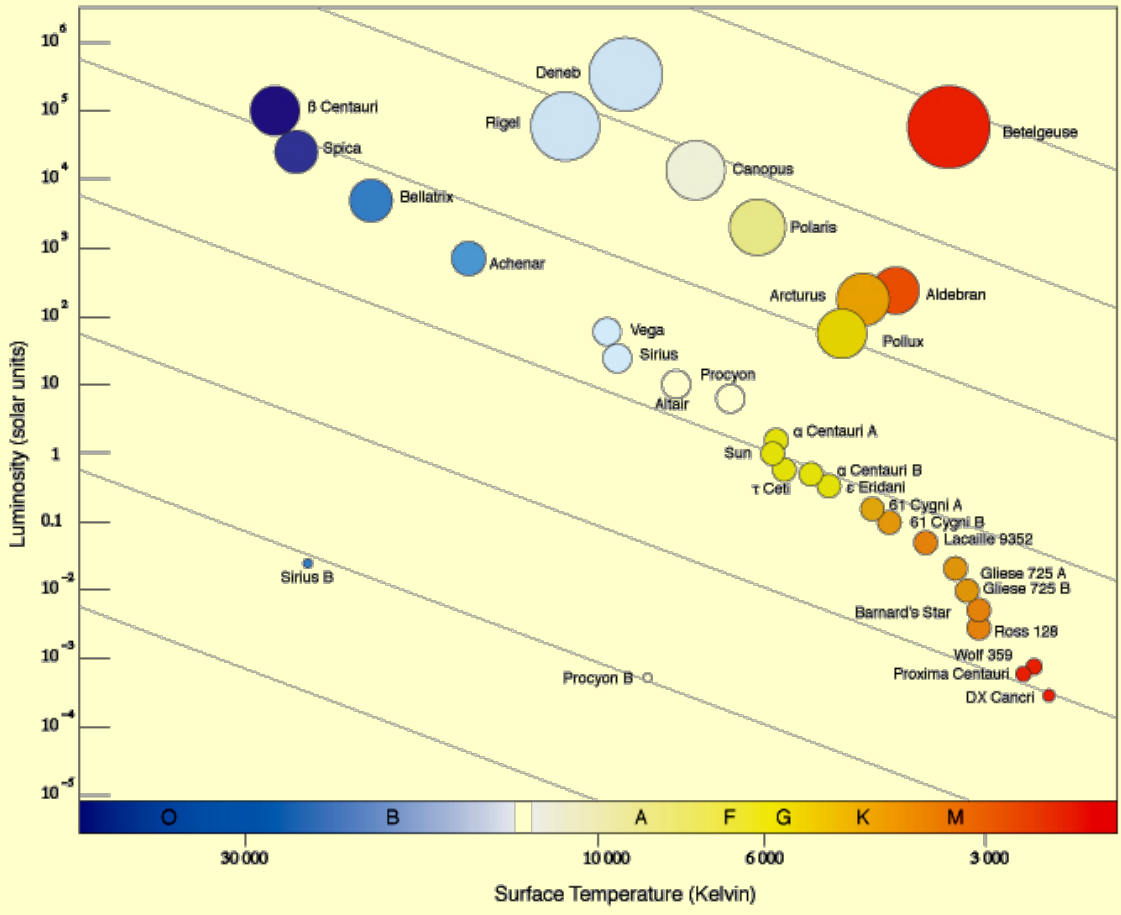


Fig.6 Diagrama de Hertzsprung-Russell. Fuente: Instituto de Astrofísica de Andalucía

Estructura y evolución de las estrellas normales

Estructura estelar

Las leyes físicas y las propiedades conocidas de la materia estelar determinan la estructura total de una estrella. Analizando el espectro de radiación (como vimos en la sección 2) sabremos medir la composición química de una estrella, luego podemos, con un poco de sudor, determinar su estructura solucionando ecuaciones sobre la mesa de trabajo. Somos capaces de determinar además de la luminosidad y la temperatura superficial, la presión, la temperatura y la densidad en cualquier punto de su interior con diversos modelos.

Las estrellas se encuentran en equilibrio, excepto en breves periodos de tiempo. El peso de la materia estelar superficial que descansa sobre las capas inferiores y la presión del gas estelar han de compensarse mutuamente. Si no hubiera presión gaseosa, la materia se precipitaría hasta el centro de la estrella, y si no hubiese gravedad, la presión gaseosa proyectaría toda la materia al espacio. En una estrella, la situación debe haber evolucionado hasta equilibrar estas dos acciones en todos los puntos, esto es el llamado *equilibrio hidrostático* (el equilibrio no es total, ya que, hasta cierto punto, la presión cerca de la superficie vence ligeramente permitiendo una fuga constante de masa en forma de lo que llamamos viento solar).

En el centro de las estrellas, las temperaturas son tan altas, que permiten el desarrollo de reacciones nucleares y liberación de energía nuclear. La energía producida por estos mecanismos se transmite del interior al exterior fundamentalmente por procesos de radiación y convección, esta última presente sobre todo en las capas exteriores, donde las masas de gas suben y se hunden, como se observa en la granulación de la superficie del Sol.

Formación, evolución y muerte estelar

La temperatura y la luminosidad observada en una estrella presentan una fuerte dependencia respecto de su masa. Es la masa la que determina la gran diversidad de procesos evolutivos de las estrellas en formación. Nos centraremos en la evolución de estrellas de masa intermedia (menor de 10 masas solares), no tanto en la formación y su muerte, cuya complejidad se sale del propósito de este artículo.

La etapa inicial del desarrollo estelar tiene lugar en la zona de la secuencia principal, donde un conglomerado disperso de polvo y gas se comprime para conformar lo que llegará a ser la estrella [1-2]. Sin embargo, la fuente de energía (en la primera etapa la estrella no extrae la energía de la fusión, no entraremos en los complejos mecanismos de funcionamiento) no es demasiado grande, y esta etapa toca a su fin relativamente pronto (cerca de medio millón de años). En un instante (en términos de vida de una estrella), la estrella ha alcanzado la secuencia principal [3]; para entonces, la temperatura central llega al punto de ignición de la fusión nuclear, y a partir de este momento, ésta será la principal fuente de energía. Esta fuente sí proporciona un suministro amplio y casi constante durante mucho tiempo. Mientras las cosas marchan de este modo, las propiedades de la estrella apenas se apartan de la secuencia principal. De este modo, las estrellas permanecen en esta zona (más o menos inmóviles y siempre en la posición que les dicte su masa) durante un porcentaje tan elevado de lapso de vida total, que el 99% de las estrellas observables se hallan en dicha secuencia; las más grandes poseen una reserva de combustible mayor que las pequeñas, pero en compensación tienen que mantenerse a una temperatura más elevada y consumir por tanto su combustible a un ritmo más alto.

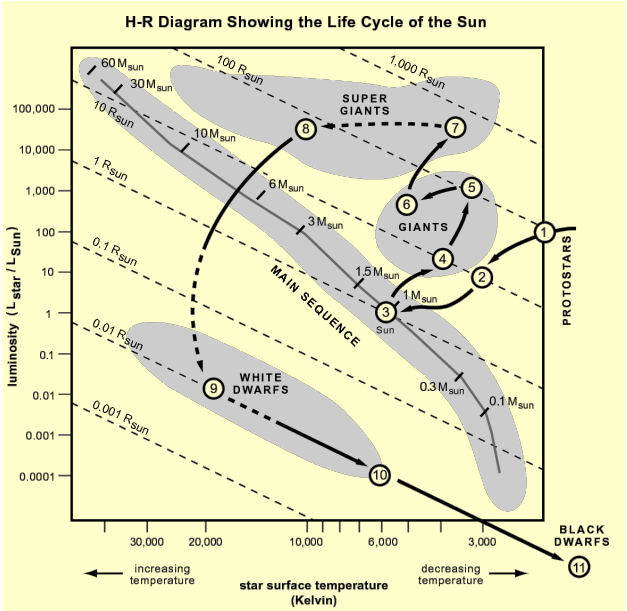


Fig.7 Diagrama H-R con las diferentes etapas evolutivas de nuestro Sol. Fuente: Docstoc imágenes

Cualquier desplazamiento de importancia en la secuencia principal representa una perturbación del delicado equilibrio existente entre la gravitación y la temperatura. Cuando una estrella consume tanta cantidad de combustible que ya no es capaz de mantener éste equilibrio, ésta comienza a dilatarse y, por consiguiente, a enfriarse. Abandona la secuencia principal [4] y empieza a moverse hacia arriba y hacia la derecha del diagrama H-R. La expansión continúa de manera más o menos suave hasta que la estrella alcanza un tamaño enorme y su materia llega

a adquirir un grado extremo de rarificación (el cuerpo gaseoso se hace menos denso). La estrella se ha convertido en una gigante roja, estado tardío de la evolución (dentro de unos 5.000 millones de años, el Sol comenzará a expandirse en dirección a la fase de gigante roja) [5-6]. Naturalmente, cuanto mayor sea el tamaño y la masa de la estrella, más descomunal será la gigante roja que se transformará.

Cuando la estrella se encuentra de lleno en la fase de gigante roja, el hidrógeno del núcleo estelar se ha consumido ya por completo y la masa del núcleo ha ido aumentando a medida que el helio resultante de las transformaciones nucleares se iba acumulando dentro de él. Mientras que el núcleo es inestable por las reacciones nucleares que se están produciendo, las capas exteriores se expanden, como consecuencia del aumento de temperatura éste. Llega un momento en que la temperatura del núcleo es tal que se desencadena una reacción nuclear característica en la que tres núcleos atómicos de helio se combinan para formar el núcleo atómico de un átomo de carbono (reacciones triple-alfa). La fusión del helio no suministra tanta energía como la del hidrógeno. Aunque la estrella pueda subsistir durante algún tiempo gracias a la fusión de átomos de carbono, este proceso no continúa indefinidamente. El hierro representa el punto final, pues el núcleo del átomo de este elemento es el de máxima estabilidad. Una vez alcanzado el núcleo de hierro, es imposible seguir obteniendo energía a expensas de reacciones nucleares.

Llegado el momento, el helio del núcleo de la estrella se agota de la misma manera que antes se agotó el hidrógeno al final de la secuencia principal. La estrella pasa entonces a quemar el helio de las capas y vuelve a escalar en el diagrama H-R [7] mientras su temperatura superficial se reduce y la estrella se vuelve a hinchar. Como la trayectoria seguida se asemeja a la que hizo antes en la fase de gigante roja, esta fase se conoce como la *rama asintótica de las gigantes*. La estrella acabará hinchándose hasta un tamaño de aproximadamente el doble del que consiguió en la fase de gigante roja.

Después de todo este proceso, acabará expulsando sus capas exteriores en forma de nebulosa planetaria. Este proceso se puede representar en el diagrama H-R como un tránsito rápido hacia la izquierda y hacia abajo. Nuestra estrella cruzará la sección principal, dirigiéndose a la zona inferior izquierda (estrellas calientes de baja luminosidad) y acabando por convertirse en una enana blanca [9]. Aunque no nos refiramos a ella, una enana negra es un astro hipotético resultante del consumo completo de la energía térmica de una enana blanca [10-11]. Sería un cuerpo frío e invisible en el espacio. Se cree que el Universo no tiene la suficiente edad para albergar una de estas estrellas (13700 millones de años). Una forma de encontrarlas sería detectar su campo gravitatorio.

El final de las estrellas depende del tipo que sean, es decir, de su masa fundamentalmente. Ya hemos visto cómo sería la muerte de las estrellas de masa intermedia, pero: ¿Qué ocurre con las demás? ¿Todo esto siempre acaba con enanas blancas?

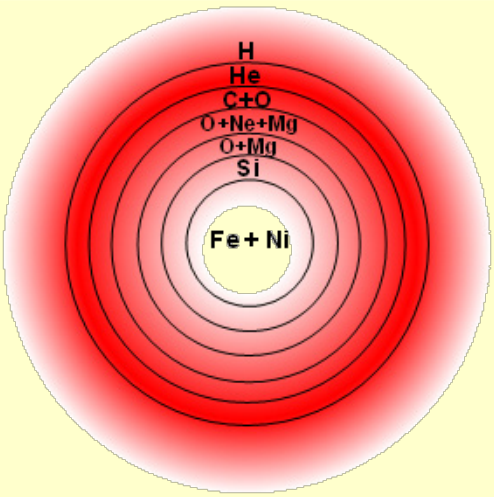


Fig.8 Capas de combustión en una estrella agonizante en sus últimos momentos antes del colapso final. Fuente: Wikipedia

A continuación veremos el desarrollo que siguen los diferentes tipos de estrellas según su masa.

Estrellas de masa elevada ($10\ M_{Sol} < M < 30\ M_{Sol}$): La evolución de este tipo de estrellas será diferente. Esto es consecuencia de que su temperatura interior sea tan alta que puede fusionar los elementos resultantes del proceso triple-alfa hasta llegar a hierro, y que al ser tan masivas, la tasa de pérdida de materia es muy alta y condicionará a la estrella a un rápido desplazamiento por el diagrama H-R. Al acabar de quemar hidrógeno en la secuencia principal, las estrellas de masa elevada se mueven rápidamente en el diagrama H-R de izquierda a derecha, esto es, manteniendo una luminosidad constante pero con su temperatura superficial decreciendo rápidamente. Así pues, la estrella pasa por las fases de supergigante azul (temperatura superficial en torno a los 20000 K) y supergigante amarilla (temperatura superficial en torno a los 6000 K). De este modo, estas estrellas atravesarán fases sucesivas de quemado de hidrógeno, helio, carbono, neón, oxígeno y silicio. Al final de dicho proceso, acabarán con una estructura interna similar a la de una cebolla, con diversas capas, cada una de una composición distinta como se aprecia en la figura 8.

Una estrella de este rango, capaz de quemar distintos elementos hasta llegar al hierro, acaba su vida como una supergigante roja, a partir de la cual, ya no es posible extraer energía de reacciones nucleares, desencadenándose una supernova. El remanente estelar será en la mayoría de los casos una estrella de neutrones. Si una enana blanca llega hasta el límite de Chandrasekhar, que es de 1,44 masas solares, ésta se colapsa para convertirse en estrella de neutrones (la masa máxima de una estrella de neutrones es alrededor de 3 masas solares, su masa mínima 0,1; antes de convertirse en un pulsar).

Estrellas de masa muy elevada (30 M_{Sol} < M): Las estrellas de este grupo, son capaces de seguir fusionando distintos elementos hasta llegar al hierro y producir una supernova. Sin embargo, existen dos diferencias fundamentales con el rango de masas anterior: que las tasas de pérdida de energía son tan elevadas que no llegan a la etapa de supergigante roja, y que el remanente final será en la mayoría de los casos un agujero negro en vez de una estrella de neutrones.

Por lo tanto las estrellas acaban su vida como astros compactos en los que la materia permanece atrapada para siempre. Antes de ello habrán proyectado al espacio parte de su masa, materia de la que se servirán otras estrellas nacientes. Sin embargo, casi siempre queda un cuerpo compacto, puede que el Universo se condense en forma de enanas blancas, estrellas de neutrones en proceso de enfriamiento o en agujeros negros alrededor de los cuales orbiten tristemente los planetas congelados. Parece que el Universo futuro será un Universo bastante aburrido.

Un poco de actualidad

Hoy en día seguimos introduciendo datos en nuestros catálogos estelares. Esta reciente foto del cúmulo Berkeley 87 publicada por la ESA el 24 de marzo de 2014 (véase figura 9), fruto del trabajo combinado de observatorio de rayos X, XMM-Newton de la ESA y el telescopio Spitzer de la NASA trabajando en zona infrarroja, muestra numerosos ejemplos de estrellas. La gran estrella amarilla del centro es una supergigante amarilla de tipo espectral M3I, muy masiva y con altas probabilidades de explotar en una supernova. Las burbujas azules y las zonas rosas son emisores de rayos X provenientes de estrellas jóvenes y masivas.

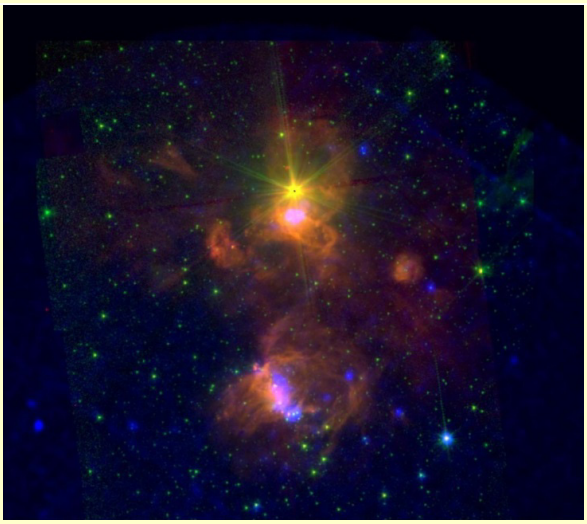


Fig.9 Región de formación de estrellas ON2. Fuente: ESA

De la introducción a la conclusión

Vemos pues que a través de una clasificación inteligente, fundamentada en las propiedades espectrales y el diagrama H-R podemos obtener información muy valiosa sobre todo el ciclo estelar. Estas han sido una de las herramientas más importantes desde los inicios de la astronomía moderna, ayudando a muchos científicos a explicar y predecir los fenómenos que afectan a todos esos puntitos que están sobre nuestras cabezas.

Agradecimientos

Por último, quisiéramos agradecer a Abel Calle y a Fernando Pascual los valiosos comentarios que han hecho sobre este texto que, sin duda, han servido para mejorarlo.

Referencias

[1] I. Asimov. "*El Universo*". Alianza editorial. Club internacional del libro. 1984. 84-206-9201-X

[2] P.I.Bakulin, E.V.Kononovich. "*Curso de Astronomía general*". Editorial MIR. 1992. 84-8041-003-5

[3] J.L.Comellas. "*Vida y muerte de las estrellas*". Biblioteca de divulgación científica. Equipo Sirius 1992. 84-86639-47-6

[4] R. Kippenhahn. "*Cien mil millones de soles*". Biblioteca Científica Salvat. 1986. 84-345-8246-5

[5] V.G. Surdin, "*Formación estelar*". Editorial MIR. 2000. 978-5-8360-0045-5

Cosmonoticias

Juan Carbajo
Grupo Universitario de Astronomía

Dos noticias recientes han revolucionado el mundo de la cosmología y la astronomía. Por lo que respecta a la cosmología, se ha producido la primera evidencia directa de la inflación cósmica, fenómeno anunciado y ahora evidenciado; en la astronomía, el VLT ha detectado la mayor estrella amarilla hipergigante, fenómeno que tendrá especial impacto en los diagramas de evolución estelar estándares.

Primera evidencia directa de la inflación cósmica

El pasado día 17 de marzo el equipo del experimento BICEP 2 (*Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization*) Anunció la detección de 'modos B' en el fondo cósmico de microondas.

Figura 1. Experimento BICEP2 en la Antártida
http://www.cfa.harvard.edu/

En los instantes siguientes al Big Bang el universo se expandió de forma exponencial en un proceso al que llamamos inflación. La hipótesis de la inflación fue formulada en los años 80 por Alan Guth y Andréi Linde. Esta modificación de la teoría del Big Bang permite explicar, entre otras cosas, por qué el Universo es isótropo y homogéneo a grandes escalas, pero claro, hasta ahora era solo una teoría.

Durante el proceso inflacionario se crearon intensas ondas gravitatorias. Si tenemos en cuenta que las ondas gravitatorias se caracterizan por estirar y comprimir el espacio-tiempo estas deberían haber dejado un rastro en la distribución de materia primordial.

Aquí es donde entra en juego el fondo cósmico de microondas. Algunos miles de años, tras el proceso de inflación acelerado, todo el universo estaba demasiado caliente como para que los electrones y los nucleones pudieran combinarse. Todo el universo se encontraba en estado de plasma, de esta forma cada fotón emitido por una partícula se veía absorbido por la contigua. El cosmos era, en ese momento, opaco a todo tipo de luz. Al continuar expandiéndose el universo se fue enfriando, hasta llegar a un punto crítico en que fue posible formar los primeros átomos. En dicho momento el cosmos se volvió transparente, generándose la señal térmica a la que ahora llamaos radiación de fondo cósmico de microondas.

El fondo cósmico lleva impresas las huellas de la distribución de materia original, incluyendo las pruebas de la inflación. Dichas huellas se llaman 'modos B' y para detectarlas hace falta observar la polarización de la radiación de fondo.

Se trata de una tarea realmente compleja debido a lo débil de la señal y a que los objetos como cúmulos de galaxias generan también variaciones en la polarización perturbando la información que nos interesa.

Para realizar este tipo de estudio se empleo el radiotelescopio BICEP 2 situado en la Antártida. Esta

Revista de Ciencias, 4, 57-59, abril 2014
ISSN: 2255-5943

ubicación tan remota tiene múltiples ventajas observacionales. Por una parte se aprovecha la sequedad y quietud de la atmósfera y por otra hay una menor cantidad de interferencias tanto humanas como astronómicas. La menor presencia de interferencias astronómicas se debe a que en esta ubicación se puede observar fuera del plano galáctico.

Los resultados de BICEP 2 no solo validan el modelo inflacionario, sino que muestran una inflación mucho más importante de lo predicho por los modelos.

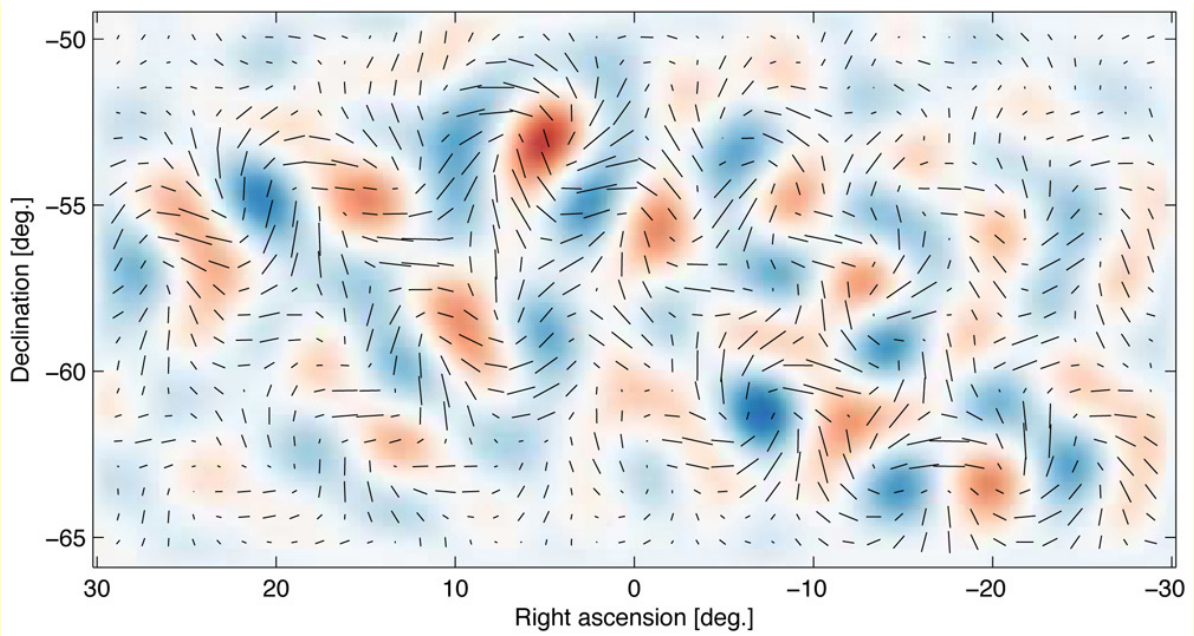


Figura 2: Patrón de 'Modos B' observado por BICEP 2 http://www.cfa.harvard.edu/news/2014-05

VLT detecta la mayor estrella amarilla hipergigante

El interferómetro VLT ha revelado la existencia de la mayor estrella amarilla descubierta hasta el momento. El equipo liderado por Olivier Chasneau descubrió que la estrella HR5171A es tremendamente grande midiendo más de 1300 veces el diámetro del sol, mucho mayor de los esperado.

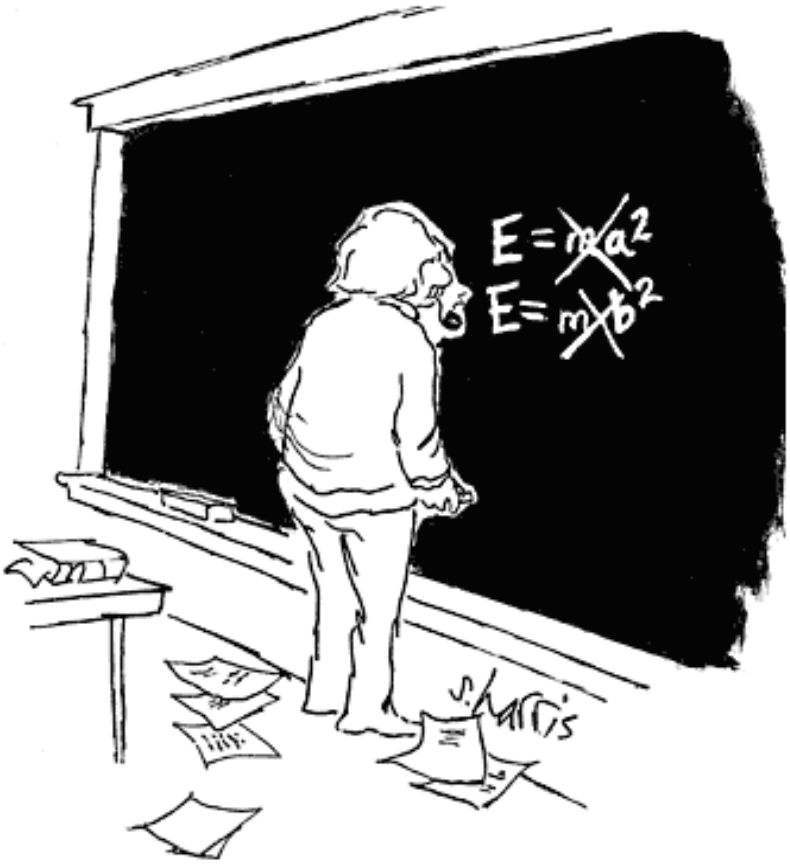
La estrella se encuentra también entre las 10 estrellas más grandes conocidas hasta el momento, siendo un 50% más grande que Betelgeuse y alrededor de un millón de veces más brillante que el sol.

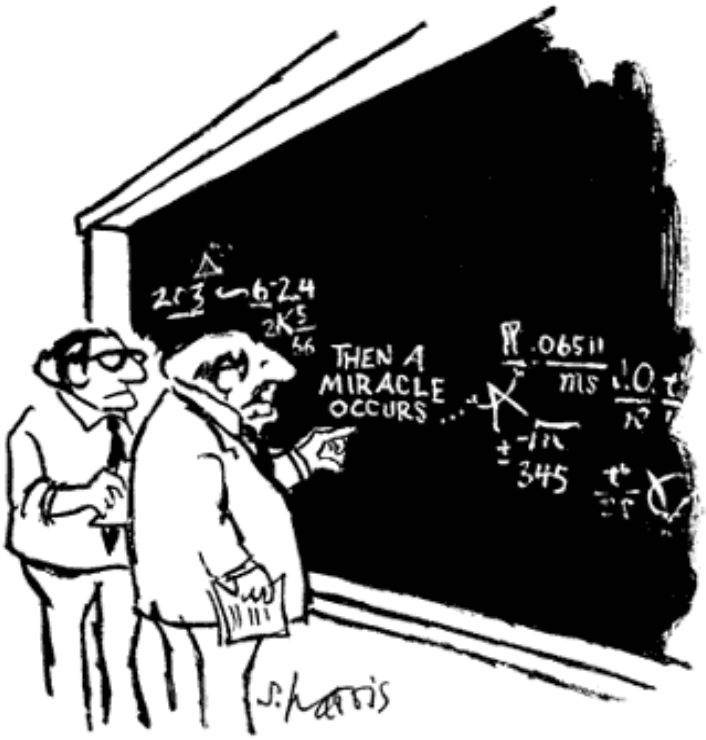
Las amarillas hipergigantes son muy poco usuales, solo se conocen alrededor de una docena en nuestra galaxia. Están entre las estrellas más grandes y brillantes conocidas y se encuentran en un momento de sus vidas muy inestable, con rápidos cambios. Debido a esta inestabilidad, las hipergigantes amarillas expelen material hacia el exterior, formando una atmósfera grande y extendida alrededor de la estrella.

Se ha descubierto que HR 5171 A, está haciéndose cada vez más grande, enfriándose a medida que crece, y su evolución ha sido captada en pleno proceso gracias a observaciones llevadas a cabo durante los últimos cuarenta años, algunas por observadores amateur.

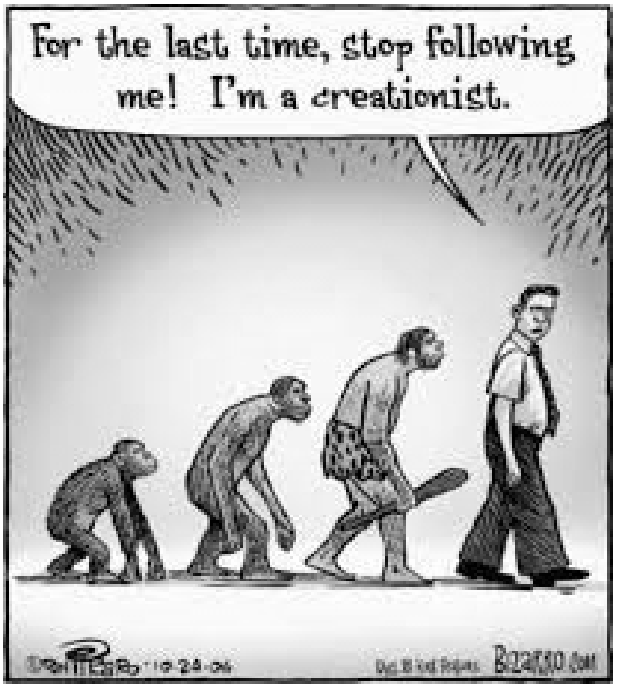
Se ha podido también comprobar que la hipergigante tiene una compañera, encontrándose esta muy próxima a las últimas capas de su atmósfera. Dicha compañera podría modificar la evolución de la estrella provocando, por ejemplo, que expulsase sus capas exteriores.

Figura 1. Campo que rodea a la estrella hipergigante amarilla HR 5171 http://www.eso.org/





"I think you should be more explicit here in step two."



Revista de Ciencias

Universidad de Valladolid

Revista de Ciencias
Número 4
Abril 2014

Facultad de Ciencias. Paseo de Belén, 7, 47011-Valladolid
Universidad de Valladolid